

# **MATEMATIKA**

## A MATEMATIKA TARTALMI ÁTTEKINTÉSE

Az előttünk álló anyag a felnőtt alapképzés második és harmadik ciklusában a matematika programban előirányzott összes témát dolgozza fel, de nem az azonos terjedelemben. A hallgatók számára nehezebben elsajátítható tartalmak nagyobb teret kapnak, mivel a tanároknak a tartalmak feldolgozásához részletesebb utasításokat ad. A hallgatók számára mindennapi életükben gyakran előforduló, ezért könnyebben elsajátítható fogalmak és tartalmak, csak említésre kerülnek utalással a szélesebb értelemben betöltött helyükre.

A kötelező tartalmakat úgy választottuk ki, hogy a definiált eredményeket az egész alapképzés idején a fogalmak fokozatos fejlesztésével érjük el. Az első ciklusban bevezetésre kerültek az alapfogalmak: természetes szám, tízes számrendszer és a definiált alapvető matematikai műveletek, valamint a pont, egyenes, háromszög, négyzet, téglalap geometriai fogalmak. A második ciklusban a gyakorlati példák révén eljutunk az új számformák, az egész és a racionális számok bevezetéséhez. A hallgatók felismerik összefüggéseiket és rendezésüket. A természetes számokkal elsajátított matematikai műveleteket alkalmazzuk az újonnan bevezetett számhalmazokra is. Ugyancsak megfigyeljük a síkban elhelyezkedő új testeket, a különféle vonalakat és alakzatokat és kölcsönös viszonyukat. Definiáljuk az alakzatok elemeit, egyes tulajdonságaikat és az alakzatok felszínének kiszámítását. Az utolsó, harmadik ciklusban bevezetésre kerül a valós szám fogalma és a számhalmazok (természetes, egész, racionális és valós) kölcsönös viszonyának áttekintése. Összehasonlítjuk és számkifejezésekkel összekapcsoljuk a különféle formákban lejegyzett számkifejezéseket. A geometria terén új síkalakzatok kerülnek megfigyelésre, a kör és a sokszög, a térben pedig egyes alapvető geometriai testek. Definiáljuk a testek fő jellemzőit, elemeiket, kiszámítjuk felszínüket és térfogatukat. A harmadik ciklus végén elegendő időt irányoztunk elő a megszerzett matematikai ismereteknek és készségeknek a hallgató által választott hivatásra történő képzés során való alkalmazásában.

Ezt a két alapvető témát fokozatosan szélesítő programkoncepció lehetővé teszi, hogy az új fogalmak és tartalmak feldolgozását megelőzően ellenőrizzék, mennyiben sajátították el a hallgatók az előző osztályok programjaiba foglalt alapvető matematikai ismereteket és készségeket, és szükség szerint megismételjék az egyes tartalmakat. Az előzőleg szerzett ismeretek megerősítése és az újak elsajátítása elsősorban a hallgatók mindennapi életéből merített példák révén valósul meg.

A matematikatanítás definiált céljával összhangban mindkét ciklus programtartalmai öt nagy egységre oszlanak:

- számok és a velük végzett műveletek,
- geometriai alakzatok (síkgeometria),
- algebra és függvények,
- adatfeldolgozás,
- geometriai testek (térgéometria).

Minden egyes egység kezdetén meg vannak adva az alapképzés végére várható megfelelő eredmények és az adott programtartalokra utaló kulcsszavak. E nagy egységek mindegyike magában foglalja a mindennapi élet valós problémái során történő alkalmazásukat. Külön utalás történik a tartalmaknak más tantárgyi tartalmakkal való összefüggésére, valamint a kiképzés szükségleteivel összehangolt számítási feladatokra. Más tantárgyoktatókkal együttműködve a természettudományi tantárgyak (fizikai, kémiai és

biológiai) órákon végzett kísérletek során begyűjtött, vagy az egyes társadalomtudományi témák tekintetében fontos adatokat (történelmi események időrendi sorrendje, a hegyek magassága, tavak és tengerek mélysége, a városok közötti távolságok...) adatokat fel lehet dolgozni. Ezeknek a feladatoknak az elvégzésére a hallgatókból kialakítható csoport, amely közösen dolgoz fel egy adott témát, egyúttal kialakul a kollektív munkára való készség is. Az informatika tantárgyból szerzett tudás felhasználásával e kutatások során kapott adatok feldolgozásának eredményei ábrázolhatók a számítógépen táblázat, grafikon vagy függvény formájában, a kísérő szöveg megszerkesztése pedig a nyelvi íráskészség gyakorlása. Kétségtelenül a matematikaprogram ilyen módon történő teljesítése révén a hallgatók elsajátítanak más kulcsfontosságú kompetenciákat is, mint a nyelvi és a digitális írástudás, és megtanulják a különféle területek témáit egybekapcsolni és megtanulnak logikusan gondolkodni, és ily módon megtanulnak tanulni is.

Az órán ajánlatos a hallgatókat tudásszintjük szerint csoportosítani. A jó előtudással rendelkező és a matematika iránt érdeklődést mutató hallgatókkal ajánlott a magasabb szintű tartalmak feldolgozása, melyek szintén adottak a programban. A részletesebb tartalmak általában a komplexebb problémákra és a kötelező tartalmak összetettebb alkalmazására vonatkoznak, ezért a tanár utasíthatja ezeket a hallgatókat, hogy egyedül vagy csoportban önállóan, a tanár időnkénti elengedhetetlen segítségével dolgozzanak. A kötelező tartalmakra vonatkozó típusfeladatokat ☺ szimbólummal jelöltük, a haladó tartalmakra vonatkozókat pedig a ☹ szimbólummal.

A hallgatók munkájának figyelemmel kísérése és osztályozása a tanítás minden szakaszában a matematikai tudásszerzés folyamatának része. Az osztályozás eredményei akkor a legmegbízhatóbbak, ha az alapvető matematikai ismeretek rendszeres és folyamatos ellenőrzésén alapulnak. Az osztályozás mind a hallgató, mind pedig a tanár számára információt ad a célok elérésének, a tanítás és a tanulás eredményének fokáról, valamint a hallgatóknak az év eleji tudásukhoz viszonyított előrehaladásáról. A hallgatók munkájának értékelési folyamatában nagyon fontos a tanárnak a hallgatóhoz való viszonyulása. Az érett korban tanuló hallgató nem kis fáradozásai motiválásának fokozása és ebbéli támogatása céljából, minden pozitív előrehaladást dicsérettel kell jutalmazni, a hibákat nem kell „nem jó, téves” becsmérlő szavakkal illetni. A tanár elsődleges feladata, hogy megtanítsa a hallgatókat gondolkodni, és éppen a matematika az, ami fejleszti a logikus és absztrakt gondolkodást.

## 1. TÉMA: A SZÁMOK ÉS A VELÜK VÉGZETT MŰVELETEK

### Az alapképzés végén várható tudás

Az alapképzés befejeztével a hallgató megtanulja:

- **elolvasni és leírni a különféle számokat (természetes, egész, racionális),**
- **a tizedes számokat átalakítani törtté és fordítva,**
- **összehasonlítani az egész számokat és az azonos nevezőjű vagy számlálójú törtteket,**
- **elvégezni a matematikai alpműveleteket azonos alakú számokkal (törttek összeadása és kivonása esetén csak azonos nevezőjű törttekekkel),**
- **használni az egész számokat és velük a számkifejezéseket egyszerű valós helyzetekben (az alapfokú tudását alkalmazva),**
- **meghatározni a szám megközelítő értékét,**
- **százalékarányt alkalmazni egyszerű valós helyzetekben.**

### Más tantárgyakkal való összefüggése

*Földrajz:* - térképen méretarányok, tengerszint feletti magasság és mélység (a tenger szintje felett és alatt), földrajzi hosszúság, (Greenwichtől keletre vagy nyugatra) és földrajzi szélesség (az Egyenlítőtől északra vagy délre)

*Történelem:* történelmi korok (időszámításunk előtt és után, az egész számok példája)

*Kémia* – vegyület százalékok, arányok

*Fizika* – középsebesség

*Anyanyelv* – matematikai kifejezések, szöveges példák olvasása

*Informatika* – számadatok felállítása táblázatkezelővel

Matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények az általános iskola 5-8. osztálya számára

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gcild=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>

- tört, számláló nevező törtvonal
- tizedes szám
- tizedes vessző
- egész szám
- ellentétes szám
- abszolút érték
- racionális szám
- reciprok érték
- félegyenes
- számegyenes az összehasonlítás jelei egyenlő = nagyobb > kisebb <
- matematikai műveletek összeadás + kivonás - szorzás • osztás :
- a matematikai műveletek sorrendje: 1. szorzás és osztás 2. összeadás és kivonás
- zárójelek a matematikai műveletek csoportosítására
- számtani középérték
- arány
- százalék
- megközelítő érték

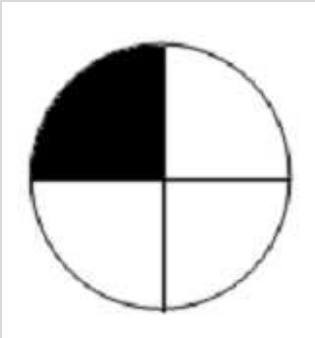
## 1.1. A TÖRTEK

(ajánlott óraszám 25)

### Törtek – a tört fogalma, olvasása és írása

☉ Magyarozza meg szóban és próbálja meg képen bemutatni a tevékenységeket: veszünk fél sajtengert, bevetjük a kert egyharmadát, a 100 dináros költséget öt barát között osztjuk szét.

A tört valamely csoport vagy egész szám része.



Ha megesszük a burek színezett részét, akkor a negyedét ettük meg, amit törttel a következőképpen fejezünk ki:

számláló

↑

$\frac{1}{4}$

törtvonal

↓

nevező

☉ Tehát, egy kerek sajt fele törttel kifejezve  $\frac{1}{2}$ , a kert harmada törttel  $\frac{1}{3}$ , a 100 dináros költség ötöde törttel  $\frac{1}{5}$ .

☉ Olvassa el a következő számokat:  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{9}{5}$ ,  $\frac{1}{4}$ !

☉ Írd le törttel: három ötöd, kilenc negyed, egy heted, két egész és egy század!

☉ Egy egész hány: ötöd, negyed, heted, kilenced? Összesen hány negyed van öt egészben?

☉ Hét kerékpár mindegyikének egy-egy gumija ki van lyukasztva. Hány kerékpárt lehet használhatóvá tenni a jó gumikból?

### Utasítás a tanár számára

Emlékeztessük a hallgatókat a törtékről az első ciklusban tanultakra: a tört fogalma, olvasása, írása és grafikus ábrázolása.

Beszélgessünk azokról a valós helyzetekről, amikor szükség mutatkozik a törtek alkalmazására.

A hallgatók egy csoportja a törteket szóban vagy számmal adja meg, a másik csoport pedig leírja vagy olvassa, és képen is ábrázolja.

Fel kell hívni a hallgatók figyelmét, hogy szövegben a

törtet gyakran írják  $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ -nek is.

### Fejtörő feladatok

- Mit jelent az  $\frac{5}{1}$  tört?
- Miért írható fel az  $\frac{5}{4}$  tört  $1\frac{1}{4}$ ként is? Magyarozza meg szóban is!

**Törtek – azonos nevezőjű vagy számlálójú törtek összehasonlítása.**

☉ Hasonlítsa össze páronként a törteket  $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ .

A válaszokat a nagyobb  $\gg$  vagy a kisebb  $\ll$  jelével írja le. Melyik a legnagyobb és melyik a legkisebb a felsorolt törtek közül? Indokolja meg a választát!

**Törtek – tizedes számok; tizedes számok átalakítása törtté és fordítva.**

A tizedes szám tizedes vesszővel leírt tört. A törtben a törtvonal a számlálónak a nevezővel való osztását jelenti, ezért a hányados a megfelelő tizedes szám

$$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25 \quad 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$$

A tizedes számot tört alakjában a megfelelő tizedes egységgel (10, 100, 1000...) elosztva írjuk le, amelyet a tizedes vessző utáni szám határoz meg.

$$0,25 = 25 : 100 = \frac{25}{100} \quad 1,5 = 15 : 10 = \frac{15}{10}$$

- ☉ Írja le a 0,48 tizedes számot tört alakjában!
- ☉ Olvassa el a 0,025 és a 206,09 tizedes számokat törtként!
- ☉ Számítsa ki számológéppel és írja le tizedes szám alakjában az

alábbi törteket:  $\frac{1}{8}$  és  $\frac{1}{3}$ !

Magyarázza meg, miért merül fel probléma, amikor a második törtet tizedes szám alakjában kell leírni?

Példaként mondjon még egy törtet, amelynek tizedes szám alakjában való leírása az azonos problémát okozza!

**Fejtörő feladatok**

Amikor a törtet tizedes számmá alakítottuk át azt kaptuk, hogy  $\frac{1}{4} = 0,25$ , amikor pedig ezt a tizedes számot törttel fejeztük ki azt

kaptuk, hogy  $0,25 = \frac{25}{100}$ .

- Igaz-e, hogy  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ ? Igaz-e, hogy  $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = \dots$ ? Indokolja meg választát!

**Utasítás a tanár számára**

Képpel illusztrálni kell, miért van az, hogy minél nagyobb a nevező, annál kisebb a tört?

A tizedes szám fogalmának magyarázatához felhasználhatók a hosszmértékegységek és viszonyaik, amit a hallgatók az első ciklusban már megtanultak.

A szabó (kőműves) mérőszalagnak apróbb beosztásai vannak, amelyek a hosszúság mértékegységei: deciméter a méter tized része

$$\frac{1m}{10} = 0,1m$$

centiméter a méter század része

$$\frac{1cm}{100} = 0,01m$$

milliméter a méter ezred része

$$\frac{1mm}{1000} = 0,001m$$

A hallgatókat emlékeztetni kell a számok tizedessel való írására, fejezzék ki a tizedes számot a törtek összegével

$$1,25 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

Képpel meg kell magyarázni a törtek bővítését és egyszerűsítését. Majd rá kell mutatni, hogy minden törtet végtelenül sok formában le lehet írni, attól függően, hogy hány részre osztjuk az egészet, ugyanakkor a tizedes szám egyedi (mindig egyforma).

**Törtek** – a félegyenes pontjainak társítása a törtekkel és a tizedes számokkal

A félegyeneset képzelje el szabó mérőszalagnak, melynek a kezdete 0 és a végén a végtelenig hosszabbítható

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

☉ Állapítsa meg a félegyenesen azokat a pontokat, amelyek megfelelnek a következő számoknak:

0,625 0,25 0,375 0,5 0,125? Melyik a legkisebb a felsorolt számok közül? Indokolja meg a választát!

☉ Írja be a megfelelő egyenlőtlenség jelet ( $\geq$  vagy  $\leq$ ) a következő számpárok közé:

$$\frac{1}{4} \square \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{2} \square \frac{1}{3}; \quad 2,13 \square 2,3$$

☉ Rendezze a legnagyobbtól a legkisebbig a következő számokat:

$$0,32 \quad 0,233 \quad 0,332 \quad 0,3$$

☉ Hasonlítsa össze a következő számok nagyságát:  $0,16; \frac{9}{10}; \frac{4}{5}$   
Ellenőrizze az eredményt számológépen!

**Törtek** – matematikai alpműveletek azonos alakú számokkal (tizedes szám vagy tört)

A „3,5 számot csökkentse a 0,1 és 0,9 számok összegével” szöveget számokkal így írjuk le:  $3,5 - (0,1+0,9)$ . Mennyi az értéke?

☉ Fejezze ki szöveggel az alábbi számkifejezést!

$$\left( \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{2}$$

Mennyi az értéke ennek a számkifejezésnek?

☉ Hány dinárt kell fizetni 50 euróért, ha a pénzváltóban 1 euróért 101,70 dinárt fizetünk?

### Fejtörő feladatok

- Írja le matematikai szimbólumokkal a következő szöveget:
  - 4,1 kétszeres értékét csökkentse hárommal,
  - kétszerezze meg azt a számot, amelyet akkor kap, ha a 4,1-et hárommal csökkenti.
- Számítsa ki mindkét kifejezés eredményét! Azonos-e?

### Utasítás a tanár számára

A rendezett pozitív számok bemutatására használja a szabó vagy a kőműves mérőszalagot. Mutassa meg, hogyan társulnak a számokhoz a méter pontjai (jelei).

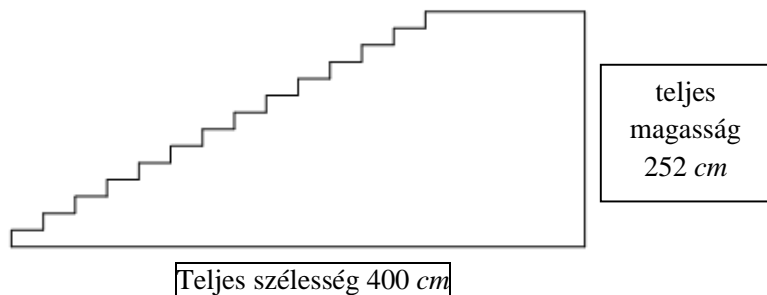
A ☉ jellel jelölt példákat azoknak a hallgatóknak szántuk, akik többet szeretnének és tudnak megoldani. Ők önállóan vagy csoportban megoldhatnak bonyolultabb feladatokat is, míg a tanár a gyengébb képességű hallgatókkal foglalkozik. Az óra befejező részére időt kell hagyni a feladatok megoldásának közös megbeszélésére. A hallgatóknak rá kell mutatni, hogyan fedezzék fel a hibákat egymás munkája során, mert a hibákból lehet a legjobban tanulni.

A hallgatókkal gyakoroltatni kell, hogyan írják le számkifejezéssel a különböző valós helyzeteket, mint például:  
Szolgáltatás díjazása órabérre;  
Vásárlási költségek, fizetés és a visszajáró pénz, ételreceptben az összetevők mennyiségének megkettőzése.

A hallgatókkal gyakoroltatni kell a számológép használatát.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ Milan az új házában 14 lépcsős feljáratot tervez, melynek a teljes magassága 252 cm lesz, ahogyan a rajzon is látható.



Milyen magas a 14 lépcsőfok egy-egy lépcsőfoka? Melyik adat felesleges a feladatban?

☉ Hány óra 150 perc?

☉ Melyik a legrövidebb idő a felsorolt mennyiségek közül:

1 nap, 20 óra, 1800 perc, 90 000 másodperc?

☉ A \* helyébe olyan számot kell beírni, hogy a

$\frac{2}{8} < 0, * 5 < 0,5$  egyenlőtlenségek igazak legyenek!

Mely számok lehetnek ezek?

☉ Mennyi a számkifejezések értéke?

$$A = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{4}{15}, B = 3 - 1\frac{4}{5}, C = \frac{3}{20} \cdot \frac{4}{15}, D = \frac{8}{25} \div \frac{4}{5}$$

☉ Számítsa ki a kifejezések értékét  $3,2 \cdot (4,3 + 5,7)$

☉ Mennyi a számkifejezés értéke?

$$\frac{7}{12} - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{8} \right) + 2\frac{1}{6} \cdot 4$$

### Jegyezze meg!

A tört két természetes szám  $a$  és  $b$  hányadosa,

$$a/b = \frac{a}{b} = a:b$$

A tört másik alakja a tizedes szám. Ezt a számot akkor kapjuk, ha két természetes számot, a számlálót  $a$  elosztjuk a nevezővel  $b$ .

A tizedes vessző elválasztja

↓  
|→ 123,456 ←|

az egész számot a tizedesektől.

A szám félegyenes olyan félegyenes, amely valamely tört vagy tizedes szám ábrázolására szolgál.

A zárójelek elválasztják azokat a műveleteket, amelyeket előbb kell elvégezni.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Vásárláskor meg tudja-e állapítani, mit kifizetődőbb vásárolni, kisebb vagy nagyobb csomag mosóport, vagy valamely más cikket, amelyet különböző kiszerezésben árúsítanak?

Ki tudja-e számítani, mi az olcsóbb: megvenni mindent a szendvicshez és otthon elkészíteni, vagy kész szendvicset venni a kioszkban?



## 1.2. EGÉSZ SZÁMOK

(ajánlott óraszám 20)

**Egész számok** – az egész számok halmaza; a negatív számok bevezetése, a negatív szám fogalma.

Hangsúlyozni kell, hogy valamely mennyiség mértéke két ellentétes irányban változhat: pozitív és negatív hőmérséklet, a folyószámlán plusz és mínusz összeg...

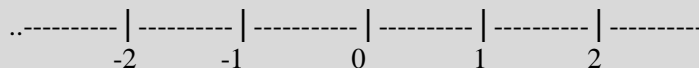
A víz  $0^{\circ}\text{C}$  hőmérsékleten fagy meg. Az ennél magasabb hőmérsékleten (pozitív számmal jelölt) a víz cseppfolyós halmazállapotú, az ennél alacsonyabb hőmérsékleten (negatív számmal jelölt) a víz szilárd halmazállapotú, és jégnek nevezzük.

Az egész számok halmaza (... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...)

- ☉ Mennyi a szokványos napi hőmérséklet télen, és mennyi nyáron?
- ☉ Amikor kézhez kapja a banki folyószámlájának kivonatát, honnan tudja, hogy van pénze a bankban, vagy túllépte a keretet, tartozik a banknak?

**Egész számok** – az egész számok ábrázolása a számegyenesen, a pont koordinátája.

A számegyenes elképzelhető úgy mint a hőmérő értékeosztása, mely mindkét végén a végtelenig hosszabbítható.



- ☉ Ábrázolja a számegyenesen egy téli nap hőmérsékleti értékeinek alakulását!

- ☉ Állapítsa meg, milyen kölcsönös helyzetük van a számegyenesen az ellentétes számokhoz társuló pontoknak!

Az egész szám abszolút értéke a számegyenesen a hozzá társított pont távolsága a 0 ponttól számítva.

### Utasítás a tanár számára

A hőmérő értékeosztását használja az egész számok halmaza rendezésének bemutatására.

Matematikai absztrakcióként (a mérőszalagon vagy a hőmérő értékeosztásán) vezesse be a számegyenest.

A számok rendezését magyarázza meg a számegyenes pontjainak kölcsönös helyzetével, amelyek a velük összehasonlított számokhoz társulnak.

Gyakorlásként egy hallgató mondjon néhány egész számot, a másik hallgató a számegyenesen határozza meg ezeknek a számoknak megfelelő pontokat, a harmadik állítsa a számokat növekvő sorrendbe, a negyedik pedig csökkenő sorrendbe a számegyenesen megjelölt pontok segítségével.

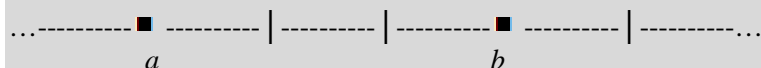
Meg kell magyarázni a szám abszolút értékének fogalmát mint ahhoz a számhoz társított pontnak a 0-hoz viszonyított távolságát, amelynek az abszolút értékét keressük. Fel kell hívni a figyelmet, hogy ez mindig pozitív szám, vagy nulla.

### Fejtörő feladatok

- Az egész számok halmazához tartoznak-e a természetes számok?
- A hármas számnak megfelelő hány mennyiségi egység van a számegyenesen a 0 ponttól és hány van a 0 ponttól -3-ig?

### Egész számok – az egész számok nagyságának összehasonlítása

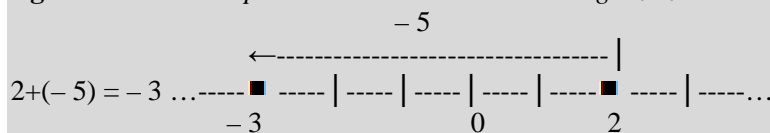
Az  $a$  egész szám kisebb, mint a  $b$  egész szám, amit úgy jelölünk, hogy  $a < b$ , ha az  $a$  egész számnak megfelelő pont a számegyenesen a  $b$  egész számnak megfelelő ponttól balra helyezkedik el.



☺ Írja be a számpárok közé a megfelelő egyenlőtlenség jelet ( $>$  vagy  $<$ ):

$$4 \quad 3; \quad -4 \quad 3; \quad 4 \quad -3; \quad -4 \quad -3.$$

### Egész számok – alapvető matematikai műveletek egész számokkal



Megállapítja, hogy  $2 - 5 = -3$  Negatív egész számot akkor kapunk, amikor a kisebb természetes számból nagyobb természetes számot vonunk ki. A természetes számok halmazában a kivonás matematikai művelet eredménye nem mindig természetes szám.

☺ Mennyi  $-(-2)$ ?

☺ Számítsa ki!

$$2 + 2, \quad 2 + (-2), \quad (-2) + (-2), \quad 2 - 2, \quad -2 + 2, \quad -(2 + 2)$$

☺ Számítsa ki!

$$2 \cdot 2, \quad 2 \cdot (-2), \quad (-2) \cdot (-2), \quad 2 : 2, \quad -2 : 2, \quad 2 : (-2)$$

A felsorolt kifejezések közül, melyek azok a kifejezések, amelyek az előző két példában azonosak?

### Fejtörő feladatok

Magyarázza meg,  $-10\,000 < -5\,000$ , vagyis miért van kevesebb pénze, amikor folyószámla adóssága 10 000 dinár, mint amikor 5000 dinár?

### Utasítás a tanár számára

Ki kell emelni, hogy a negatív számok közül az a kisebb szám, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb, azaz amelynek a számegyenesen társított pontja távolabb helyezkedik el a 0 ponttól, ami a természetes szám ellentétes száma.

A negatív számokat alkalmas a bankszámlán keletkező mínusszal magyarázni.

Az egész számok összeadásának és kivonásának illusztrálásához (ellentétes előjelű számok összeadása) használhatunk színes zsetont, például a piros legyen a pozitív egység, a kék pedig a negatív egység. A hallgatók a piros és a kék egységek párosításával vonják le az összeadás eredményéből a következtetést.

Fel kell hívni a hallgatók figyelmét a negatív számnak negatív számmal, negatív egész számnak pozitív egész számmal való szorzására és osztására.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ Mennyi a különbség a legnagyobb negatív háromjegyű szám és a legkisebb kétjegyű negatív szám között?

☉ Állítsa sorrendbe a legnagyobbtól a legkisebbig a következő számokat:

$$-3, 7, 1, 0, -2, 4, -9$$

☉ Ha egy téli napon a reggeli hőmérséklet  $-7^{\circ}\text{C}$ , a legmagasabb nappali hőmérséklet pedig  $+5^{\circ}\text{C}$ , hány fokkal növekedett a hőmérséklet a nap folyamán? Indokolja meg a választ!

☉ Számítsa ki összeadással a következő egész számok különbségét!

$$8 - (-6), \quad 9 - 2, \quad 10 - (-1)$$

☉ Számítsa ki az egész számok kivonásával mindegyik összegét!

$$7 + (-11), \quad 12 + (-3), \quad 4 + (-6)$$

☉ Számítsa ki a kifejezéseket:

$$-19 + 45, \quad -26 - 37, \quad -16 \cdot 8, \quad -48 : (-4)$$

☉ Olvassa el szavakkal a következő kifejezéseket, majd számítsa ki az értéküket!

$$1 - (5 + 9), \quad 1 - 5 + 9, \quad 1 + 5 - 9, \quad 1 - (5 - 9)$$

☉ Hogyan írja le a következő számkifejezést:  $-35$ -ből vonja ki a  $-41$  és a  $20$  összegét? Számítsa ki a kifejezés értékét!

☉ Írja le az egész számok szorzásának és osztásának minden lehetséges kombinációját  $3$ ,  $-3$ ,  $5$ ,  $-5$ ,  $15$ ,  $-15$ , és számítsa ki!

A fenti kifejezések alapján próbálja megfogalmazni a szabályt!

- Mikor pozitív szám az egész számok szorzásának és osztásának eredménye?
- Mikor negatív szám az egész számok szorzásának és osztásának eredménye?

### Jegyezze meg!

Az egész számok a számegyenes pontjaihoz társított természetes számoknak és a 0 ponthoz viszonyított velük szimmetrikus pontoknak felelnek meg.

Pozitív (természetes) és negatív számokból és a nullából tevődnek össze.

Az egész számok halmazában a 0 kivételével minden számnak van ellentett száma. Az ellentett számoknak ellentétes előjelük van.

A számegyenesnek az ellentett számokhoz társított pontjai a 0 ponttól azonos távolságra vannak. A számegyenes pontjának a 0 ponthoz való távolsága a ponthoz társított szám abszolút értéke.

Negatív szám két természetes számon alkalmazott kivonás matematikai művelete eredményeként kapható.

A matematikai műveletek közül elsőbbséget élvező műveleteket zárójellel kell elválasztani.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Hogyan segít Önnek a folyószámlája állásának figyelemmel kísérésében az egész számok és a velük való matematikai műveletek elvégzésének ismerete?

Mondja el szóban, milyen következtetésre jutott arról, hogy a két egész számmal végzett matematikai művelet (összeadás, kivonás, szorzás és osztás) eredménye, mikor pozitív és mikor negatív szám?

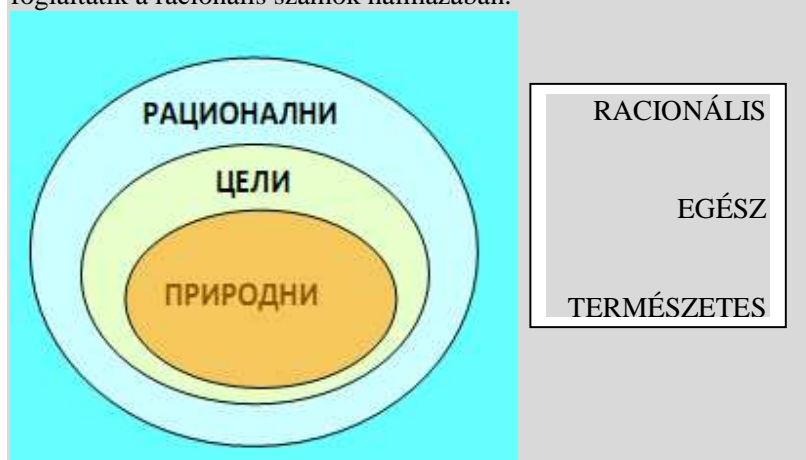
### 1.3. A RACIONÁLIS SZÁMOK

(ajánlott óraszám 15)

**A racionális számok** – a racionális számok halmaza; a természetes, az egész és a racionális számok halmazainak viszonya

Két egész szám hányadosát racionális számnak nevezzük. A racionális szám tört formájában és megfelelő előjellel írható le. Ha az egész számok azonos előjelűek, a racionális szám pozitív, ha ellentétes előjelűek, akkor negatív.

Figyelje meg, hogy a racionális számok halmaza szélesebb az egész számok halmazánál, illetve az egész számok halmaza benne foglaltatik a racionális számok halmazában.



#### Utasítás a tanár számára

A hallgatók feladata három különböző nagyságú kártya elkészítése. A legkisebbre írják a természetes számokat, a közepes nagyságúra az egész számokat, a legnagyobbra pedig a racionális számokat. Rakják a kártyákat egymás tetejére, mint ahogyan az a mellékelt ábrán látható. Meg kell nekik magyarázni, hogy csak némely egész szám természetes szám, a racionális számok közül pedig csak némely egész szám.

A hallgatók számokat adhatnak fel egymásnak, amelyeket felolvasnak vagy leírnak, és megmondják, mely számhalmazhoz tartoznak.

☉ Minden egyes számról mondja meg, melyik számhalmazhoz tartozik!

4,  $\frac{1}{4}$ , -4,  $-\frac{1}{4}$ , -0,25, 0,25

☉ Olvassa el a racionális számokat

-3,1;  $-12\frac{1}{5}$ ; 0,035;  $\frac{3}{10}$

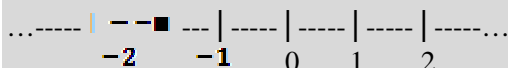
és mutassa be azonos alakban!

#### Fejtőró feladatok

- Hogyan mutathatjuk be az egész számokat törtként?
- Miért tartoznak az egész számok a racionális számok halmazához? Hogyan írhatjuk le őket két egész szám hányadosaként?
- A modellen nem látjuk a tizedes számokat. Melyik számhalmazhoz tartoznak az ábrázolt modellen?

**A racionális számok** – a természetes, egész és racionális számok megjelölése a számegyenesen, összehasonlításuk nagyságuk szerint

A számegyenesen az egész számoknak megfelelő pontok között a racionális számoknak megfelelő pontok (■) helyezkednek el.



☉ Különböző racionális számokhoz a számegyenesen társítson pontokat. Figyelje meg, hogy a számegyenesen a megfelelő számokhoz társított pontok kölcsönös helyzete meghatározza ezeknek a számoknak a sorrendjét (melyik a nagyobb és melyik a kisebb).

☉ Állítsa sorrendbe a következő számokat a legkisebttől kezdve!

$$-\frac{4}{5}, 0, -0,7, -1$$

● Melyik szám a  $-3$  ellentétes száma és melyik a reciproka?

**A racionális számok** – matematikai alpműveletek racionális számokkal

☉ Számítsa ki mennyi!

$$-12 + 7 \cdot 5, \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot 12, 3,2 \cdot (4,3 + 5,7)$$

● Mennyi a számkifejezések értéke?

$$(0,2 - 1,2 : 0,375) \cdot \left(1\frac{3}{4} - 0,25\right)$$

Mutassa be, hogyan számítja ki! Az eredményt ellenőrizze számológépen!

#### Fejtörő feladatok

- Felírható-e minden racionális szám tizedes szám alakjában?
- Hogyan írná fel tizedes szám alakjában a következő számokat?

$$\frac{1}{4} \text{ és } \frac{1}{3} ?$$

#### Utasítás a tanár számára

A számokról tanult tananyagból szervezhetnek vetélkedőt.

Mindegyik hallgató választása szerint papírra ír egy számot. Arra kell törekedni, hogy írjanak minden fajta számot. A tanár a táblára számegyenest rajzol, amelyen csak a 0 pontot jelöli meg. A hallgatók papírjaikat az általuk felírt számnak a számegyenesen elfoglalt helyére tűzik. Miután minden szám felkerült, kérdések tehetők fel: melyik racionális szám, egész szám, páros szám, melyiket írták fel tört alakjában...

A hallgatók újságban vagy reklámnyagban keressenek számokkal kifejezett információkat (gépkocsi, ház ára, lottónyeremény...), olvassák fel, írják le azonos alakban és állítsák nagyságrendbe...

Külön fel kell hívni a figyelmet a matematikai műveletek sorrendjére és a zárójel használatára.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ Péter pontosan felírta az egyenlőtlenséget  $-0,3 \blacksquare < -0,38$

Egy számjegyre tintafolt került. Melyik ez a számjegy?

☉ Állítsa nagyságrendbe, a legkisebttől kezdve a következő számokat!

$$-\frac{4}{5}, \quad 0, \quad -0,7, \quad -1$$

☉ Pótolja a számkifejezésben a művelet hiányzó szimbólumát!

$$250 \odot 10 = 25$$

☉ Hogyan tudja a legegyszerűbben kiszámítani a kifejezés értékét?

$$370 \cdot 998 + 370 \cdot 2$$

☉ Számítsa ki a számkifejezések értékét!

$$-2,4 : (-2); \quad -2,4 - (-2); \quad -2,4 \cdot 0,2; \quad -2,4 + 0,2$$

☉ Mekkora az értéke a számkifejezésnek:

$$(1 - 2 \cdot 1,5) \cdot (-2,2) ?$$

● Számítsa ki a kifejezések értékét!

$$-2 \cdot \left( -\frac{1}{2} - 0,75 : \frac{3}{4} \right)$$

● Számítsa ki a kifejezések értékét!

$$1,6 - \left( 4 - \frac{16}{3} \right)$$

● Két rudat, melyeknek hossza 45 dm és 75 dm a lehető leghosszabb egyforma hosszúságú részekre kell darabolni?

a) Mekkora minden egyes rész hossza?

b) Hány részt kapunk összesen?

### Jegyezze meg!

A racionális számok halmaza tartalmazza az eddig tanult minden számfajtaát.

A racionális számok pozitív és negatív törtek.

A racionális számok leírhatók pozitív és negatív tizedes számok alakjában is.

Az egész számok a racionális számok halmazához tartoznak, mert leírhatók törként, melynek nevezője egyenlő 1-gyel.

Amikor különböző alakban leírt számkifejezés értékét akarjuk kiszámítani, a matematikai művelet elvégzéséhez előbb a számokat azonos alakúra kell átalakítani.

Fontos megjegyezni, hogy először mindig a zárójelben levő kifejezéseket számítjuk ki. Utána a kifejezésben az osztást és a szorzást, végül pedig az összeadást és a kivonást végezzük el.

### Az elért eredmények ellenőrzése

Válasszon ki termékeket, amelyeket gyakran vásárol. Hasonlítsa össze a termékek árát a különböző boltokban, és ennek alapján döntse el, melyik boltban vásárolhat legkedvezőbb áron. Indokolja meg döntését!

## 1.4. ALKALMAZÁS

(ajánlott óraszám 25)

### Alkalmazás – aritmetikai középérték

Az aritmetikai középérték az összeadandók középértéke. Úgy kell kiszámítani, hogy az összes számot összeadjuk és az összeget elosztjuk az összeadandók számával.

$$(9+12+24+19):4=16$$

☺ Számítsák ki az összes hallgató matematikából kapott osztályzatának középértékét. Ennek a középértéknek az alapján megállapítható-e, hogy a matematikatanulás eredménye tagozatukon kielégítő?

### Alkalmazás – arányok és alapvető alkalmazásuk

Az arány a képen látható hossz és a tényleges hosszúság közötti viszony.

☺ A földrajzi térkép 1:10 000 arányban készült. Két helység között a valóságban 16 kilométer a távolság. Mekkora a helységek közötti távolság a térképen?

### Alkalmazás – a százalékarány alkalmazása egyszerű helyzetekben.

A százalék az egész századrésze,  $43\% = \frac{43}{100} = 0,43$

☺ Péter 100 eurót helyezett el a bankban, mely után a kamat évi szinten 5%. Mennyi pénze lesz Péternek a bankban egy év elmúltával?

☹ Köztudomású, hogy 1999-ben a Földnek 6 milliárd lakosa volt és a világ népessége évente 1,3%-kal növekszik. Hány lakos lesz a világon 2020-ban?

### Utasítás a tanár számára

A hallgatóknak meg kell magyarázni, hogyan hasonlítsák össze az adatok halmazát középértékük alapján.

A hallgatóknak fel kell adni, hogy egy A-4-es papírra rajzolják le lakásukat.

Kommentálják a tömegtájékoztatási eszközök által közölt adatokat –  
Városukban ... % 65 évesnél idősebb lakos él,  
a legutóbbi parlamenti választásokon a ..... Párt a szavazatok ... %-át kapta, a romák ... %-a írástudatlan, az árleszállításon az árak 20%-tól 50%-kal alacsonyabbak.

### Fejtörő feladatok

- Hogyan értelmezi a tömegtájékoztatási eszközökben hallott hírt, hogy ma a férfiak átlagos életkora 75 év?
- Mit jelent az az információ, hogy a férfiak átlagos életkora az elmúlt húsz évben 5%-kal meghosszabbodott?

**Alkalmazás** – a számok és a számkifejezések alkalmazása egyszerű valós helyzetekben.

☉ Anyu a kalácsot 18 egyforma szeletre szelte, a fia 4, ő 2, apu pedig 3 szeletet evett meg. Fejzd ki törttel mekkora része maradt meg a kalácsnak? Hány százaléka ez az egész kalácsnak?

☉ Mikor jár le a parkolási engedély, ha este háromnegyed nyolckor két óra parkolást fizettek be, a parkolási díjat pedig 21 óráig kell fizetni?

**Alkalmazás** – a szám megközelítő értékének becslése

☉ Fejzd ki az  $\frac{1}{3}$  szám megközelítő értékét tizedes számmal!

☉ A felsorolt hosszúságok közül, melyik áll legközelebb 10 méterhez: 9,01 m, 9,7 m, 9,99 m, 10,02 m, 10,1 m?

☉ A felsorolt mértékek közül melyik közelíti meg legjobban a tanterem ajtajának magasságát: 1 méter, 2 méter, 4 méter, 6 méter?

● Marko 6 filctollat vett, mindegyik 78 dinárba kerül. Ha Markónak csak 200 dinárosai vannak, hány ilyen bankjegyre van szüksége, hogy kifizesse a filctollakat?

☉ Melyik érték közelíti meg legjobban egy liter szörp egyharmadát?  
3,1 dl      3,2 dl      3,3 dl      3,4 dl

**Alkalmazás** – a lineáris egyenlőségek megoldása, amelyekben az ismeretlen csak egy tagban jelenik meg.

☉ Oldja meg az egyenletet  $6x+7=25$ !

☉ Mennyivel kell növelni a négyzet mindegyik oldalát, hogy kerülete 12 cm-rel növekedjen?

**Utastítás a tanár számára**

A hallgatók számoljanak be olyan különféle élethelyzetekről, amelyekben szerintük alkalmazni kellett volna matematikai ismereteiket. Például elemezni lehet egy áramfogyasztási számlát, és tanulmányozni kell a fogyasztás és ezzel a költségek csökkentésének lehetőségét is.

A mindennapi élet különféle helyzeteiben fel kell becslülni:

- tárgyak vagy lények megközelítőleges súlyát kilogrammban, és más tárgyak vagy lények súlyával való összehasonlítását;
- az útra indulásig fennmaradt időt;
- mérés az adott problémában megadott nagyságokhoz legközelebb álló egész számokkal.

A számításokhoz használni kell a számológépet is.

**Fejtörő feladatok**

- Hogyan fogja felbecsülni a boltban, mielőtt a pénztárhoz érne, hogy megközelítőleg mekkora lesz a számlája, hogy ki tudja számítani, van-e elég pénze?



### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☺ A földműves 8 óra alatt kapálja meg szőlőskertjének  $\frac{2}{5}$ -ét. Hány óra múlva fogja megkapálni a szőlőskert felét?

● Ha két munkás két nap alatt két méter csatornát ás ki, hány munkásra van szükség, hogy 5 méter csatornát 5 nap alatt ássanak ki?

☺ Számítsa ki, a tanterem meszeléséhez szükséges festék mennyiségét!

● Milannak egy 64 oldalas munkafüzet 29 másolatát kell elkészítenie. Hány 100 lapos papírkötegre lesz szüksége a másoláshoz, hogy a legkisebb számú felhasználatlan papírlap maradjon meg?

● Ha a hamburger 393, a virsli 292, a joghurt 214 és a keksz 119 kilokalória értékű, melyik két élelmiszer ad összesen 600 kilokalóriát?

☺ Marko régi akkumulátorokat gyűjtött, amikor 600 kg súly gyűlt össze, hallotta, hogy az akkumulátorok 15%-a műanyag, a többi ólom. Hány kilogramm ólma van Markónak eladásra?

● Az 1200 dináros ing 10%-kal drágult. Egy hónap múlva ugyanez az ing 10%-kal lett olcsóbb. Mennyi az ing új ára?

☺ Mirko 3 kg almát vett 100 dináros áron és  $x$  kilogramm körtét 150 dináros áron. A pénztárnál 600 dinárt fizetett. Hány kilogramm körtét vett Mirko?

☺ Két testvérnek azonos számú cukorkája volt. A fiú 4 cukorkát adott a kislánynak, hány cukorkával van most több a kislánynak, mint a fiúnak?

### Jegyezze meg!

Több szám matematikai középértékét (tekintet nélkül milyen alakban vannak) úgy kell kiszámítani, hogy a számokat összeadjuk és az összeget elosztjuk az összeadandók számával.

Ha kap egy képet (tervet, térképet)  $1:n$  arányban, a tényleges nagyságokat úgy kapja meg, hogy a képen minden méretet megszoroz  $n$ -nel.

A százalékarány a szám 100-zal osztott értéke. Jele %.

$$a\% = \frac{a}{100}$$

### Az elért eredmény ellenőrzése

Magyarázza meg, hogyan fogja házépítéshez a létesítmény tervét használni.

Számítsa ki, mennyi pénzt takarított meg, amikor több terméket árszállításon vásárolt?

Használja a számológépet.

Úgy döntött, hogy a boltban, amelyben árszállítás van, elkölt 5000 dinárt.

Ítélt meg, mely termékeket vásárolhatja meg, hogy az összköltség legjobban megközelítse az összeget, amelyet el szándékozik költeni.

## 2. TÉMA: GEOMETRIAI ALAKZATOK (SÍKGEOMETRIA)

### Az alapképzés végén várható tudás

Az alapképzés befejeztével a hallgató elsajátítja a következőket:

- felismeri valós helyzetekben a szakaszt, a félegyenest, az egyenest, a síkot és a szöget;
- megkülönbözteti az egyes szögfajtákat és definiálja a szögek mérési egységét, a fokot;
- felismeri valós helyzetekben a háromszög modelljét és le tudja rajzolni; megkülönbözteti a háromszögek alapvető fajtáit, azonosítja elemeit és ki tudja számítani a háromszög kerületét és területét;
- felismeri valós helyzetekben a négyszögeket és a sokszögeket és le tudja őket rajzolni; megkülönbözteti a négyzetet és a téglalapot, definiálni tudja a paralelogrammák tulajdonságait és ki tudja számítani kerületüket és területüket;
- felismeri a kört és definiálja alapelemeit, felismeri a kör modelljét valós helyzetekben, le tudja rajzolni;
- felismeri a hasonló alakzatokat;
- felismeri az azonos alakzatokat;
- felismeri a szimmetrikus alakzatokat.

### Más tantárgyakkal való összefüggése

*Földrajz* – Meg kell magyarázni, miért nem példa a látóhatár az egyenesre vagy a nyílt tenger a síkra

*Fizika* – irány, nagyság, lejtő

*Biológia* – hasonlóság, egybevághóság, szimmetria a természetben

*Anyanyelv* – a matematikai jelek olvasása

(slika računara)

Matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények az általános iskolai 5-8. osztálya számára

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/geometry/math-GEOMETRY.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNygCFRSVzAodyX8BpA>



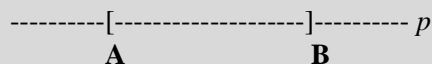
- szakasz  
végpontjai
- félegyenes  
kezdőpont
- egyenes  
párhuzamos és  
közönséges
- vonal  
egyenes, görbe,  
nyílt  
zárt  
tört
- sík
- tartomány
- kör  
körvonal  
középpont  
sugár
- szög  
a kör középponti szöge  
mértékegysége, fok  
hegyesszög  
derékszög  
tompaszög  
egyenesszög  
domborúszög  
teljesszög
- háromszög  
csúcs  
oldalak  
különböző oldalú  
háromszög  
egyenlő szárú háromszög  
egyenlő oldalú  
háromszög
- szögei – hegyesszög  
derékszög, tompaszög
- négyszög  
négyzet, téglalap  
paralelogramma
- sokszög  
kerület, terület, alakzat
- alakzat – hasonló,  
egybevághó  
tengelyszimmetrikus

## 2.1. PONTALMAZOK A SÍKBAN

(ajánlott óraszám 10)

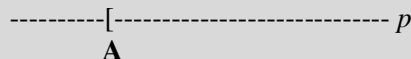
**Ponthalmazok a síkban** – szakasz, félegyenes, egyenes, sík és szögek valós helyzetekben.

Az egyenes vonal két pont közötti legrövidebb irány.  
A szakasz az egyenes két pontja - a szakasz végpontjai - közötti rész.  
A szakasznak adott hossza van.

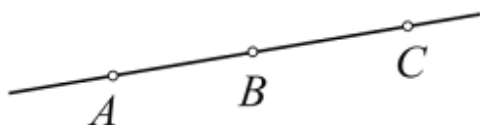


☉ A mérőszalag a szakasz példája.

Amikor a szakasz egyik végpontját meghosszabbítjuk a végtelenbe, félegyeneset kapunk. A félegyenesnek csak kezdőpontja van, a hossza végtelen.

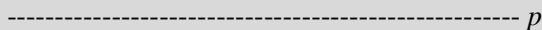


☉ a) Hány szakaszt határoznak meg az A, B és C pontok?



b) Hány félegyenes van, amelynek kezdőpontja A?

Ha a szakasz kezdőpontját elmozdítjuk a végtelenbe balra, a végpontját pedig jobbra, egyenest kapunk, amelynek nincs sem kezdete, sem vége, a hossza végtelen.



A sík az asztal lapjához hasonló sima felület. Nincs vastagsága és minden irányba a végtelenbe folytatódik.

### Fejtörő feladatok

- Miért nem tapasztaljuk a környezetünkben az egyenest, a félegyeneset és a síkot?
- Van-e olyasvalami a természetben, ami szolgálhat az egyenes vagy a sík modelljeként?
- Hány dimenziója van az egyenesnek és hány a síknak?

### Utasítás a tanár számára

A hallgatók figyeljék meg a környezetükben levő különféle tárgyakat és keressék meg rajtuk a felsorolt pontthalmazokat.

Rá kell mutatni az egyes pontthalmazok végtelen voltára, miért nem láthatók a valóságban. Mi csak elképzelhetjük őket.

Az egyenes mérvado példajaként vehetjük a látóhatárnak a Földet vagy a tengert és az égboltot elválasztó vonalát.

A hallgatókat meg kell kérdezni, használták-e már valahol a félegyenes és az egyenes fogalmát. Emlékeztetni kell őket a számfélegyenesre és a számegyenesre, amelyet a különféle számthalmazok felállítására alkalmaztak.

A síkot szemléltető példaként vehető a nyílt tenger felszíne vagy a vajdasági síkság.

A hallgatók földrajzi tudását alkalmazva meg lehet magyarázni, hogy a látóhatár tulajdonképpen nem egyenes és a nyílt tenger sem sík, mert a Föld gömbölyű. Ezek csupán a matematikai fogalmak látszatai.

**Ponthalmazok a síkban** – a vonal fajtái: egyenes, görbe, nyílt, zárt, tört; a tartomány fogalma.

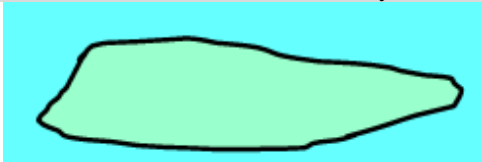
A vonalnak csak egy dimenziója van, a hossza. Lehet egyenes, görbe, tört, nyílt és zárt.

☺ Figyelje meg a környezetében látható vonalakat, és határozza meg, melyik fajta vonal!

☺ Rajzoljon példát mindegyik vonalfajtára!

☺ Mondja el mi a közös ezekben a vonalakban és miben különböznek!

A sík vonallal körülhatárolt területe a tartomány.



**Ponthalmazok a síkban** – a kör és a körvonal fogalma, a kör elemei; a kör és az egyenes viszonya.

☺ Egy ponthoz rögzített zsineggel, melynek másik végére ceruza van kötve, rajzoljon papírra vonalat.

Egyenes, görbe vagy tört ez a vonal?

Zárt vagy nyílt ez a vonal?

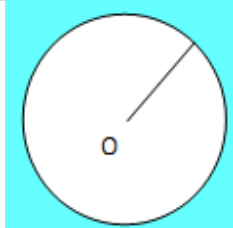
Mi a közös tulajdonsága a megrajzolt vonal minden pontjának?

A körvonal a sík mindazon pontjainak halmaza, melynek a sík egy rögzített pontjától való távolsága egyenlő.

A kör a síknak a körvonallal körülhatárolt tartománya.

☺ Mitől függ a kör nagysága és helyzete a síkban?

A kör elemei: a kör középpontja és a kör sugara.



☺ Milyen lehet az egyenesnek a körhöz viszonyított helyzete?

Rajzolja le az összes lehetséges helyzetet!

### Utasítás a tanár számára

A hallgatók a környezetükben megfigyelt tárgyakon felismerik a tanult ponthalmazokat.

Rá kell mutatni, hogy mind a nyílt, mind pedig a zárt vonal lehet görbe vagy tört.

Fel kell hívni a hallgatók figyelmét, hogy a körvonal zárt görbe vonal, a kör pedig a síkban ezzel a vonallal körülhatárolt tartomány.

Az elnevezés említése nélkül, a hallgatóknak ötletet kell adni a sokszögre mint a síkban zárt tört vonallal körülhatárolt tartományra. Hangsúlyozni kell, hogy erről is hamarosan tanulni fognak.

**Fejtörő feladatok**

- Lehet-e a zárt vonal egyenes?
- Lehet-e a nyílt és a zárt vonal görbe vagy tört? Ha a válasz igen, rajzoljon két ilyen vonalat!
- A kör hány sugarát tartalmazza a kör tartományához tartozó A pont?

## 2.2. SZÖG

(ajánlott óraszám 10)

### Szög – keletkezése; elemei és megjelölése

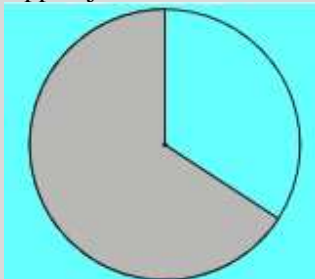
☉ Figyelje meg a környezetében található szögeket, és mondja meg, miben különböznek!

A szög két közös kezdőpontból kiinduló félegyenes által határolt síkrész.

A közös kezdet a szög csúcsa, a félegyenesek pedig a szög szárai. A szögtartomány a síknak a szárak közötti része.

### Szög – a kör középponti szöge, a szög mérése.

A kör középponti szöge az a szög, amelynek a szárai a kör sugarai, a csúcsa pedig a kör középpontja.



☉ A rajzon ábrázolt két szög közül, melyik a kör középponti szöge?

A szög mértékegysége az  $1^\circ$ . Ez a teljes szög (kör)360-ad része.

A teljes szög az a szög, amelyhez a kör sugarának teljes fordulatot kell tennie, hogy a kezdeti állapotába kerüljön.

☉ Hány fokos a szög mértéke, amelynek a szárai egy egyeneshez tartoznak? Ezt a szöget egyenes szögnek nevezzük.

### Fejtörő feladatok

- Hányféle módon kerülhet a félegyenes olyan helyzetbe, hogy a vele azonos pontból kiinduló félegyeneset fedje.
- Miben térnek el a félegyenesnek a másik félegyenes fedéséig való ilyen különböző módon történő elfordításával keletkezett szögek?
- Miben különbözik a szög és a kör tartománya?

### Utasítás a tanár számára

Használjunk órát és az óramutatókat a csúcs, a szárak és a szögtartomány illusztrálására.

Meg kell magyarázni, hogy a szárak két szöget alkotnak, és a tartomány kiválasztásával definiálható a szög (a rajzon a szárak közötti szürke és a fehér tartomány).

A kört és a szögtartományt összehasonlítva, hangsúlyozni kell, hogy a kör zárt tartomány, mert zárt görbe vonallal van körülhatárolva, a szögtartomány pedig nyílt tartomány, mert két (végtelen) félegyenes alkotta tört vonal határolja.

Használjuk az órát és az óramutatókat a kör középponti szögének, valamint a szög mértékegységének magyarázatára.

Meg kell magyarázni, hogy a szög mértéke pozitív szám, ha az egyik szárát az óramutató járásával ellentétes irányban fordítjuk el, és negatív szám, ha az elmozdítás az óramutató járásának irányában történik (rá kell mutatni, hogy a negatív számokat éppen az irányok megkülönböztetése miatt vezettük be).

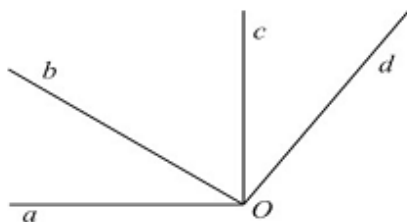
**A szög – a szögek fajtái: hegyesszög, derékszög és tompaszög**

A derékszög  $90^\circ$ .

A hegyesszög kisebb, mint a derékszög ( $0^\circ$  és  $90^\circ$  között).

A tompaszög nagyobb, mint a derékszög, de kisebb mint az egyenesszög ( $90^\circ$  és  $180^\circ$  között).

☉ Milyen szöget alkotnak az óramutatók, amikor 4 órát mutatnak?



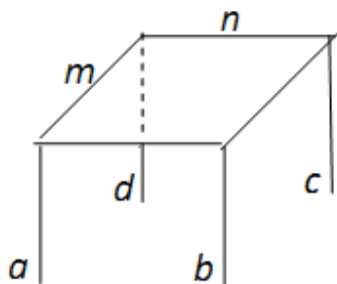
☉ Hány szög látható a rajzon és milyen fajták?  
Sorakoztassa fel őket nagyságrendben!

**A szög – párhuzamos és közösleges egyenesek**

A párhuzamos egyenesek azonos síkhoz tartoznak, és soha nem metszik egymást, bármennyire hosszabbítjuk meg őket.

A közösleges egyenesek derékszögben metszik egymást.

☉ A képen egy szék látható.



Mely szakaszai párhuzamosak egymással?

Mely szakaszai alkotnak egymással derékszöveget?

Mely szakaszok tartoznak a szék ülőkéjének síkjához?

**Utasítás a tanár számára**

A hallgatók készíthetnek maguknak kartonból órát mutatókkal, vagy hozhatnak magukkal régi órát. Az óramutatók állása alapján meg lehet magyarázni a szögek fogalmát és fajtáit.

Hozzáadható, a harmadik, a másodperc mutató is, melynek segítségével meg lehet magyarázni a szögek összeadását, a pótszögeket és a kiegészítő szögeket.

Állítsa be az órát különböző időpontokra, a hallgatók pedig nevezzék meg milyen szöget zárnak be az óramutatók.

Az egyenesek kölcsönös helyzetének felismeréséhez meg kell figyelni az ablak, az asztal szélét, a fal sarkát... és környezetünk más tárgyait.

Két ceruza és füzet segítségével bemutathatjuk, hogy két egyenes nem mindig tartozik feltétlenül az azonos síkhoz, hanem a térben elkerülhetik egymást (a különböző magasságokban haladó repülőgépek pályája).

Hangsúlyozni kell azonban, ha az egyenesek metszik egymást, akkor mindig azonos síkhoz tartoznak, a szög pedig a sík alakzata.

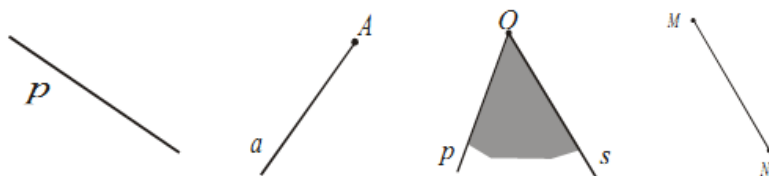
### **Fejtőró feladatok**

- Mit kapunk két derékszög összekapcsolásával?
- És mit kapunk négy derékszög összekapcsolásával?
- Azonos síkhoz tartoznak-e mindig a közöséges egyenesek?
- Ha az egyenesek nem párhuzamosak, megtörténhet-e, hogy nem metszik egymást? Figyelje meg a szék rajzán?



### Ellenőrizze, mit tanult meg!

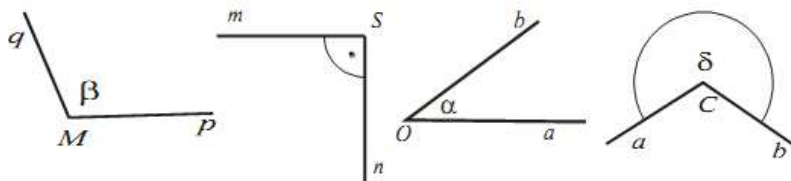
☉ Nevezze meg a rajzokon látható alakzatokat!



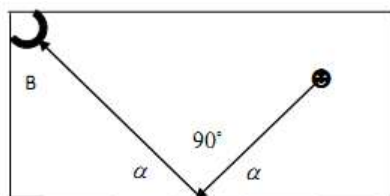
☉ Melyik napszakban alkotnak az óramutatók derékszöget, és melyikben egyenesszöget?

● Számítsa ki, milyen szögben mozdul el az óra másodpercmutatója?

☉ Határozza meg a képen látható szögfajtákat és rendezze őket sorrendbe a legkisebttől a legnagyobbig!



☉ A biliárdasztalon a golyó az A pontban helyezkedik el. Milyen szögben kell az  $\alpha$ -t meglökní, hogy beleessen a B-vel jelölt lyukba?



● Két párhuzamos egyenest egy harmadik egyenes  $40^\circ$ -os szögben metsz. Figyeljen meg minden szöget, amelyeket ez a három egyenes alkot, nevezze meg őket és határozza meg a nagyságukat!

### Jegyezze meg!

A szög a sík két azonos pontból kiinduló félegyenessel határolt része.

A félegyenesek a szög szárjai, közös kiindulópontjuk pedig a szög csúcsa.

A szög mértékegysége a fok. Ez a kör középponti szögének nagysága, amelyet úgy kapunk, hogy a kört  $360$  egyenlő nagyságú szögre osztjuk.

Az  $\alpha$  szög nagysága szerint lehet:

hegyesszög,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

derékszög,  $\alpha = 90^\circ$

tompaszög,  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

egyenesszög,  $\alpha = 180^\circ$

domborúszög,  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

teljesszög,  $\alpha = 360^\circ$

A párhuzamos egyenesek egy síkba tartoznak, és soha sem metszik egymást.

A közönséges egyenesek derékszögben metszik egymást.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Magyarázza meg, miben segítenek Önnek a házépítésben a szögekről tanultak!

Mely szögben kell felállítani a ház falait?

Ha nyeregtetőt választ, hogyan fogja meghatározni, hogy a tetősíkok hegyesszöget, derékszöget vagy tompaszöget zárjanak be? Mitől függ a választása?

Ha a közlekedési jel arra figyelmeztet, hogy az útemelkedés mértéke  $7\%$ -os, mekkora emelkedő ez (fokokban kifejezve)? Mekkora lenne az emelkedő, ha a közlekedési jelen az állna, hogy  $100\%$ ?

## 2.3. HÁROMSZÖG

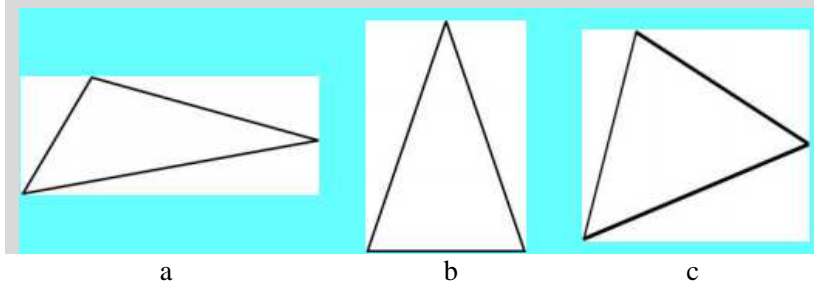
(ajánlott óraszám 20)

**Háromszög** – a háromszög fogalma, a háromszögek fajtái oldalaik alapján

☉ Milyen alakú forgalmi táblák léteznek, és melyik milyen rendeltetésnek felel meg?

A háromszög a síknak három szakasszal körülhatárolt része. A szakaszok az oldalak, a szakaszok találkozási pontja pedig a háromszög csúcsai.

- Azt a háromszöget, amelynek minden oldala különböző, különböző oldalú háromszögnek nevezzük.
- Azt a háromszöget, amelynek két egyenlő oldala van, egyenlő szárú háromszögnek nevezzük. Az egyenlő oldalak a szög szárai, a harmadik oldal pedig az egyenlő szárú háromszög alapja.
- Azt a háromszöget, amelynek mindhárom oldala egyenlő, egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.



☉ A háztető profilja (fedélszéke) általában egyenlő szárú háromszög. Soroljon fel még néhány példát a környezetünkben a különböző háromszög fajtákra!

**Háromszög** – a háromszög oldalainak nagysága közötti összefüggés

☉ Ha A helyről egyenes vonalban megyünk C helyre, rövidebb utat kell megtennünk, mint ha B helyen áthaladva megyünk, amely nem ezen az úton található.

Ha a helyeket a háromszög csúcsainak tekintjük, a háromszög oldalainak, mely tulajdonságait fogalmazzhatjuk meg az előző mondat alapján?

### Fejtörő feladatok

- Milyen vonal határolja körül a háromszöget?
- Lehetnek-e a háromszög oldalai tetszőleges hosszúságúak?
- Két oldal hosszúságának az összege lehet-e kisebb a harmadik oldalnál? Indokolja meg választát!
- Két oldal hosszúságának a különbsége lehet-e nagyobb a harmadik oldalnál? Indokolja meg választát!

### Utasítás a tanár számára

A közlekedési táblák különböző alakúak:

kör = tiltó

háromszög = figyelmeztető

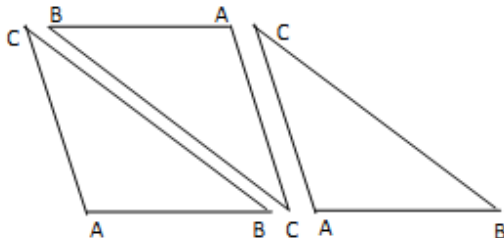
négyszög = tájékoztató

A kőműves mérővessző/colstok (egyenlő szakaszokból áll) segítségével különböző háromszögeket kell kialakítani, úgy hogy két oldal hossza változatlan marad, csak az általuk bezárt szög változik; meg kell figyelni a harmadik oldal hosszának változását.

Az előző modell segítségével be kell mutatni a háromszögnek azt a tulajdonságát, hogy a háromszög két oldalának összege mindig nagyobb, mint a harmadik oldal, de két oldalának különbsége kisebb, mint a harmadik oldal.

**Háromszög** – a háromszög szögei, a háromszög szögeinek összege; a háromszögek fajtái szögeik alapján

☉ Mit állapíthatunk meg az ábra alapján a háromszög szögeinek összegével kapcsolatban?

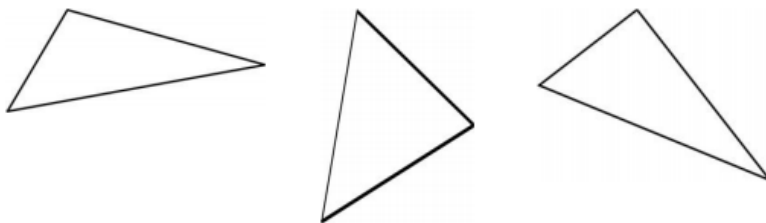


Fogalmazza meg a szabályt:

☉ A fenti ábrán látható ABC háromszöggel kapcsolatban határozza meg az oldalakat a hosszabbtól kezdve, és határozza meg a háromszög szögeit a nagyobbtól kezdve. Mit szögezhet le az oldalak és a háromszög szögeinek viszonyáról?

A háromszög szögeinek nagysága alapján a háromszögek feloszthatók: hegyesszögű háromszögekre - minden szögük hegyesszög ( $90^\circ$ -nál kisebb), derékszögű háromszögekre - egy szögük derékszög ( $90^\circ$ ), tompaszögű háromszögekre - egy szögük tompa ( $90^\circ$ -nál nagyobb)

☉ Határozza meg, mely fajta háromszögek láthatók a képen!



### Fejtörő feladatok

- Lehet-e a tompaszögű háromszögnek két tompa szöge?
- Lehet-e a tompaszögű háromszögnek egy derékszöge is?

Indokolja meg a választát!

### Utasítás a tanár számára

A hallgatók kartonból vágjanak ki három azonos tetszőleges háromszöget. Ha ezeket a háromszögeket összeillesztik a képen látható módon, meg kell állapítaniuk, hogy a háromszög szögeinek összege egyenlő az egyenes szöggel, azaz  $180^\circ$ -kal.

A háromszögnek a mérővessző segítségével elkészített modelljét a háromszög azon tulajdonságának magyarázatára kell felhasználni, hogy a hosszabb oldallal szemben nagyobb szög található.

Ezen a modellen be lehet mutatni azt is, hogy a háromszögnek nem lehet egynél több derékszöge vagy tompaszöge, azaz a háromszög két szöge mindig hegyesszög.

Bizonyítani kell számítással is.

### Háromszög – az egybevágó háromszögek megfigyelése

Egybevágók azok a háromszögek, amelyek transzformációval leképezhetők egymásra.

☉ Figyeljen meg a környezetében egybevágó háromszögeket; magyarázza meg, miért egybevágók.

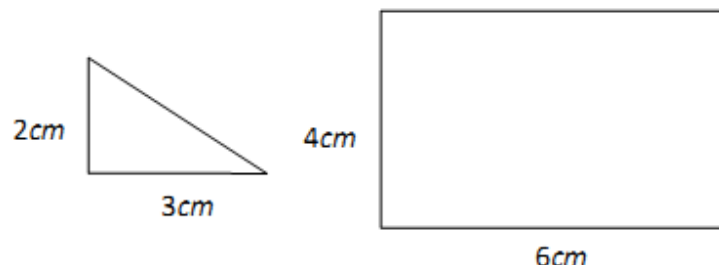
☉ Vágjon el átlósan (az az egyenes, amely két nem szomszédos csúcsot köt össze) egy papírlapot és mutassa meg, hogy mindig egybevágó derékszögű háromszöget kapunk.

### Háromszög – a háromszög kerületének és területének kiszámítása.

A háromszög kerülete egyenlő oldalai hosszúságának összegével.

☉ A négyszög előző modelljét és a belőle készített két egybevágó háromszöget használva, állapítsa meg, hogyan számítható ki a derékszögű háromszög területe? Fogalmazza meg a szabályt!

☉ A kép bemutatja a derékszögű háromszöget és a négyszöget. Legalább hány ilyen háromszögre van szükségünk, hogy teljesen lefedje a négyszög területét? Számítsa ki a háromszög és a négyszög területét!



### Fejtörő feladatok

- Milyenek az egybevágó háromszögek szögei és oldalai?
- Milyen a kerületük és a területük?
- Egybevágó-e minden egyenlő oldalú háromszög? Indokolja meg választát!

### Utasítás a tanár számára

Általánosítsa az egybevágóság megfogalmazását tetszőleges alakzatokra is. Hívja fel a figyelmet arra, hogy a szabó két egyforma ruhaujjat szab, a cipész két egyforma cipőfelsőrészt készít...

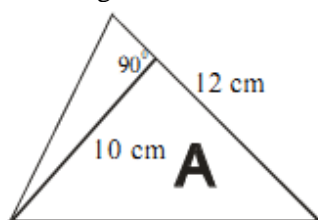
Ismét hasznos szolgálatot tesz a mérővessző annak magyarázatára, hogyan kell kiszámítani a háromszög területét, amelyet az említett mérőeszközből alakítunk ki.

A háromszög területe  $T$  egyenlő a háromszög bármely oldala és a neki megfelelő  $h$  magasság szorzatának a felével.

$$T = \frac{1}{2} a \cdot h$$

A háromszög magassága a háromszög egyik csúcsából a szemközti oldal egyenesére bocsátott merőleges.

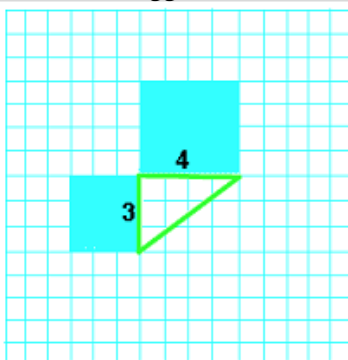
- Számítsd ki az A háromszög területét!



**Háromszög** – a Pitagorasz-tétel alkalmazása egyszerű valós helyzetekben

A Pitagorasz-tétel: Bármely derékszögű háromszög átfogójának négyzete megegyezik a befogók négyzetének összegével.

A derékszögű háromszögnek a derékszöget közrefogó két oldalát nevezzük befogóknak, a derékszöggel szemközti oldal pedig az átfogó.



- Ellenőrizze a Pitagorasz-tétel állítását a kép segítségével! A négyzet területét a kis négyzetek számával határozza meg, amely a terület egységét képezi.

### Fejtörő feladatok

- Lehet-e valamely derékszögű háromszögben az átfogó hossza rövidebb a befogók hosszánál? Indokolja meg a választát?
- Írja le matematikai kifejezéssel a Pitagorasz-tétel állítását!

### Utasítás a tanár számára

A hallgatók kartonból vágják ki a tetszőleges háromszög két másolatát. Mindkét másolatot azonos módon a leghosszabb oldalának megfelelő magassága mentén elvágva osszák két derékszögű háromszögre. A kapott négy derékszögű háromszögből négyzetet kell összeállítani. A hallgatónak a kapott négyzet területének alapján meg kell állapítania, miben egyenlő a tetszőleges háromszög területe.

A négyzetes papírból a hallgatók vágjanak ki egy négyzetet, melynek az oldala három négyzet és egyet, amelynek az oldala négy négyzet (a képen kékre festett négyzetek). Mindegyik négyzetet kis négyzetekre kell vágni, és ezekből kell a képen látható derékszögű háromszög átfogója mentén kirakni a négyzeteket.

A hallgatók másik csoportja ugyanezt megismételheti a háromszöggel, melynek befogói 5 és 12 négyzet nagyságúak.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

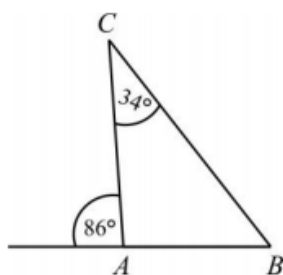
☉ Lehetnek-e a felsorolt számok valamely háromszög oldalai a) 1, 2, 3; b) 6, 8, 15; c) 5, 7, 9?

☉ Az ABC háromszög A csúcsának szöge  $30^\circ$ -os, B csúcsának szöge  $50^\circ$ -os. Melyik oldala a leghosszabb ennek a háromszögnek?

☉ A háromszög két szöge  $\alpha = 76^\circ$  és  $\beta = 52^\circ$ . Hány fokos a harmadik szöge?

☉ Hány fokosak az egyenlő oldalú háromszög szögei?

☉ A képen adottak az  $\triangle ABC$  egyes szögei. Számítsa ki a háromszög szögeit! Milyen háromszög ez?

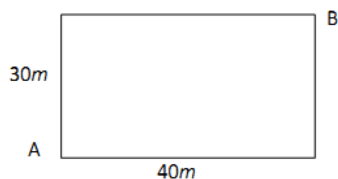


☉ Az egyenlő szárú háromszög csúcsának szöge az alap szögének háromszorosa. Hány fokosak ennek a háromszögnek a szögei?

☉ Mekkora annak a háromszögnek a kerülete, amelynek a befogói 5 cm és 12 cm?

☉ Az egyenlő szárú háromszög alapjával szemközti szög mérete  $90^\circ$ , a szár hossza pedig 6 cm. Számítsa ki a háromszög területét!

☉ A játszótér 40 méter hosszú és 30 méter széles. Számítsa ki, melyik a legrövidebb út, amelyen az A pontból a B ponthoz lehet érni?



### Jegyezze meg!

A háromszög a síkban zárt tört vonallal körülhatárolt alakzat, amelyet három szakasz alkot. Ezek a szakaszok az oldalak, találkozásuk pedig a háromszög csúcsai.

Oldalaik szerint a háromszögek: különböző oldalú, egyenlő szárú, egyenlő oldalú háromszögek.

Minden háromszög szögeinek összege  $180^\circ$ .

Szögeik szerint a háromszögek lehetnek:

hegyes szögű,  
derékszögű,  
tompaszögű háromszögek.

Az egybevágó háromszögek oldalai és szögei azonos nagyságúak.

A háromszög kerülete egyenlő az oldalai hosszának összegével.

A derékszögű háromszög területe egyenlő a befogói szorzatának felével.

A Pitagorasz-tétel:

A derékszögű háromszög befogói négyzetének összege egyenlő az átfogójának négyzetével.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Ház építése vagy berendezése közben szüksége volt-e a háromszög fogalmára, tulajdonságaira, kerületére és területére? Magyarázza meg hol és hogyan?

Nincs kéznél függőn. Hogyan tudná a Pitagorasz-tétel alkalmazásával ellenőrizni, hogy a felépített fal merőleges-e az alapjára?

Szembekerült-e olyan problémával, amelynek megoldásában a háromszögről tanultak nem volt elegendő?

## 2.4. A NÉGYSZÖG

(ajánlott óraszám 10)

**Négyszög** – a négyszög fogalma, a négyszög szögei.

A négyszög a sík négy szakasszal határolt része. A szakaszok a négyszög oldalai, találkozásuk pedig a csúcsai. A konvex négyszögnek minden egyes szöge kisebb  $180^\circ$ -nál.

☉ Vágjon ki papírból egy tetszőleges konvex négyszöget és ossza el az egyik átló (az a szakasz, amely két nem szomszédos csúcsot köt össze) mentén két háromszögre. A szögek összegéről tanultakat felhasználva, válaszoljon mennyi bármely négyszög szögeinek összege. Fogalmazza meg a szabályt!

**Négyszög** – a paralelogramma fogalma és tulajdonságai; a paralelogramma kerülete és területe

A paralelogramma olyan négyszög, amelynek szemközti oldalai párhuzamosak.

☉ Paralelogramma-e a négyzet és a téglalap? Indokolja meg a választát!

☉ Vágja ki egy tetszőleges háromszög két másolatát. Helyezze őket az éleik mentén úgy egymás mellé, hogy paralelogrammákat kapjon. Mely tulajdonságait figyelte meg? Fogalmazza meg a szabályt!

A paralelogramma kerülete azonos az oldalai hosszának összegével.

A paralelogramma területe  $T$  egyenlő a paralelogramma  $a$  oldalának és a neki megfelelő magasság  $h$  szorzatával.

$$T = a \cdot h$$

### Fejtörő kérdés

- Milyen vonalak határolják a négyszöget?
- Az átló (a szemközti csúcsokat összekötő szakasz) a paralelogrammát két háromszögre osztja. Milyenek ezek a háromszögek?
- Vannak-e a háromszögnek szemközti oldalai és szemközti szögei?

### Utasítás a tanár számára

Rajzoljunk példát nem konvex négyszögre is.

Magyarázzuk meg a szomszédos és a szemközti (csúcs, oldal, szögek) fogalmát.

Emlékeztessük a hallgatókat a párhuzamos egyenesek fogalmára.

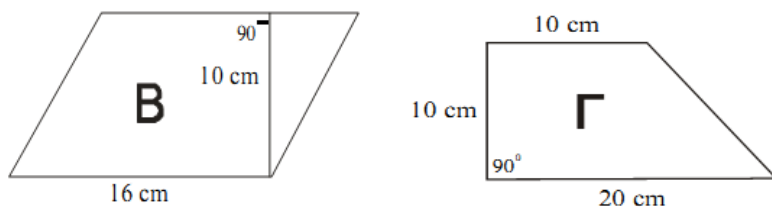
Két egybevágó háromszögből összeállított paralelogramma modelljének segítségével a hallgatóknak le kell vonni a következtetést, hogy a paralelogrammák szemközti oldalai és szemközti szögei egyenlők.

A hallgatók vágják ketté az azonos hosszúságú és szélességű paralelogrammát, négyzetet derékszögű háromszöggé és fektessék az ellentétes oldalra.

A négyzet területe kiszámításának ismeretében, az új kép alapján következtetni kell a paralelogramma területének kiszámítására.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

- ☉ Számítsa ki a paralelogramma belső szögeit, ha két szögének összege  $140^\circ$ !
- ☉ A négyzet kerülete  $80\text{ cm}$ . Mekkora a négyzet területe?
- ☉ A téglalap kerülete  $80\text{ cm}$ . Ha a téglalap egyik oldala  $4\text{ cm}$ -rel hosszabb, mint a másik, mekkorák ennek a téglalagnak az oldalai?
- ☉ Számítsa ki a képen látható négyszögek kerületét és területét:



- ☉ Ki kell meszelni a tantermet (méréteit a tanár adja meg). Mennyi festéket fogunk elfogyasztani, ha  $1\text{ kg}$  festéssel  $6\text{ m}^2$  falfelület meszelhető be? Az ajtókat és ablakokat nem kell beszámítani!
- ☉ Téglából  $2\text{ m}$  magas és  $12\text{ m}$  hosszúságú falat kell építeni. Ha egy tégl méretei  $25\text{ cm}$ ,  $12,5\text{ cm}$  és  $6\text{ cm}$ , hány téglára lesz szükségünk?
- ☉ A tetőt (nyeregterető) cseréppel kell befedni. Az egyik tetősík méretei  $7\text{ m}$  és  $12\text{ m}$ . Ha  $1\text{ m}^2$  befedéséhez  $12$  cserépre van szükség, hány cserép kell a teljes tetőhöz?

### Jegyezze meg!

A négyszög a síkban zárt tört vonallal határolt alakzat, amely négy szakaszból áll.

Ezek a szakaszok az oldalak, találkozásuk pedig a négyszög csúcsai.

A konvex négyszög az a négyszög, amelynek minden egyes szöge kisebb az egyenesszögnél.

A tetszőleges konvex négyszög szögeinek összege  $360^\circ$ .

A paralelogramma olyan konvex négyszög, amelynek szemközti oldalai párhuzamosak.

A paralelogramma tulajdonságai: szemközti oldalai egyenlők, szemben fekvő szögei egyenlők, a szomszédos szögek összege egyenlő  $180^\circ$ -kal.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Felújítja a lakását vagy a házát. Rajzolja meg az épület tervét és írja bele az összes helyiség méreteit. Számítsa ki a létesítmény teljes területét.

Ha például a terasz és a mellékhelyiségek költségeit területük  $50\%$ -os csökkentésével számítjuk, mennyivel csökken az épület területe ily módon történő számítással.

Számítsa ki, hány méter szegélyre van szüksége a parkettához a nappali szobában?

Nem tud dönteni, meszelje-e vagy tapétázza a falakat. Számítsa ki, hány tekercs tapétára van szüksége a szoba falainak tapétázásához, és mennyi festéket kell vennie, ha a meszelés mellett dönt. Vegye figyelembe, hogy az ablakokat és az ajtókat nem fedjük be sem tapétával, se nem meszeljük be.

Becsülje fel a felújítás különböző módjainak költségeit, hogy kiválaszthassa a legkedvezőbbet!



## 2.5. A SOKSZÖG ÉS A KÖR

(ajánlott óraszám 10)

### Sokszög – fogalma és fajtái; szabályos sokszög

A sokszög a sík három vagy több szakasszal határolt része.  
A szakaszok a sokszög oldalai, találkozásaik pedig a sokszög csúcsai.  
A szabályos sokszög minden oldala és szöge egyenlő.

☉ Figyelje meg a környezetében a sokszögeket. Számlálja meg hány oldaluk és csúcsuk van. Nevezze meg őket!

☉ Írja le matematikai kifejezéssel a sokszög területének kiszámítását, melynek oldalszáma  $n$ , az oldalak hosszúsága pedig  $a$ .

### ☉ Kör – a $\pi$ szám, a kör kerülete és területe.

A kör átmérője a körvonal két pontját a kör középpontján áthaladva összekötő szakasz.

☉ Fogjon néhány kör alakú tárgyat (pohár, lábas, tányér...). Zsineggel mérje meg minden egyes tárgyon a kör kerületét és átmérőjét, és számítsa ki minden egyes tárgynál e két szám hányadosát. A hányados mindig megközelítőleg 3 lesz.

A  $\pi$  (görög betű, pi-nek ejtjük) szám bármely kör kerületének és átmérőjének pontos hányadosa.

Ezt a számot nem tudjuk pontosan véges számjegyként leírni.

Megközelítő értéke  $\pi = 3,141592654 \dots$

☉ A leírt kísérlet alapján írja le a kör kerülete kiszámításának matematikai képletét?

### Fejtörő feladatok

- Minek nevezik a húszoldalú sokszöget?
- Amikor a szabályos sokszög oldalait növeli, mire emlékezteti a kapott alakzat?
- Az atlétikai pályán az atléták különböző sugarú körpályákon futnak, és különböző rajthelyzetből indulnak. Magyarázza meg miért?

### Utasítás a tanár számára

Rá kell mutatni, hogy az oldalszámok végtelen növelésével a sokszögből kör lesz.

A hallgatóknak meg kell magyarázni, hogy a  $\pi$  szám nem racionális szám (nem írható le két egész szám hányadosaként). Az ilyen számok jelensége a számok halmazának bővítéséhez, a valós számokhoz vezet. Minden racionális szám valós szám is, vannak azonban olyan valós számok is, amelyek nem racionálisak, például a  $\pi$  vagy a  $\sqrt{2}$ .

A kör területe kifejezésének leírása alkalmával úgy kell venni, hogy az azonos körcikkek területe megközelítőleg azonos a körbe berajzolt szabályos sokszögben levő egyenlő szárú háromszögek területével, melyeknek száma növekszik, míg az alapjának hossza csökken. Ha ezeket a háromszögeket paralelogrammának rakjuk össze, ez téglalappá alakul, ha a sokszög oldalszámát végtelenül növeljük. A téglalap oldalai a kör sugara  $r$  és a kör átmérőjének fele  $r \pi$ .

### Ellenőrizze, mit tanult meg

- ☉ Nevezze meg azokat a sokszögeket, melyeknek 3, 4, 7 és 10 oldaluk van. Rajzolja le mindegyiket!
- ☉ Sokszög-e a négyzet és a téglalap? Melyik?
- ☉ Bizonyítsa be, hogy az  $n$  oldalszámú konvex sokszög szögeinek összege egyenlő  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ !

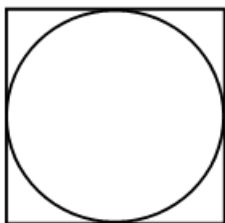
Utasítás: Rajzoljon le egy tetszőleges konvex sokszöget. A sokszög belsejében egy tetszőleges pontnak a csúccsal való összekötésével, a sokszöget ossza  $n$  háromszögre. Az így keletkezett  $n$  háromszögek szögeinek összege  $n \cdot 180^\circ$ . Ezeknek a háromszögeknek az összege a közös csúcsban, amelyek nem a sokszög szögei, egyenlő  $360^\circ$ -kal. Tehát ezt az összeget ki kell vonni a sokszög szögeinek összegéből.

☉ Hány oldala van a konvex sokszögnek, mely belső szögeinek összege egyenlő  $720^\circ$ -kal?

☉ Hogyan számítható ki a szabályos sokszög területe egybevágó háromszögekre osztásával?

☉ A kör sugara  $7 \text{ dm}$ . Számítsa ki a kör kerületét és területét. Használja a számológépet!

☉ Egy  $90 \text{ cm}$  átmérőjű burekot dobozba kell csomagolni. Mekkora kell legalább lennie a négyzet alakú doboz méreteinek, hogy bele lehessen helyezni a burekot?



☉ Hogyan számítható ki a kör területét a körcikkek területének összegével? Használja fel a szabályos sokszög területének kiszámítására alkalmazott ötletet.

### Jegyezze meg!

A sokszög a síkban zárt tört vonalak által határolt alakzat, amelyet három vagy több szakasz alkot.

Ezek a szakaszok a sokszög oldalai, találkozásuk pedig a sokszög csúcsai.

A sokszögek  
3 oldalú sokszög a háromszög,  
4 oldalú sokszög a négyszög,  
5 oldalú sokszög az ötszög,

.....

A szabályos sokszögnek minden oldala és szöge egyenlő.

A  $\pi$  (pi) szám a kör kerülete és átmérője közötti viszony pontos értéke. Megközelítő értéke  
 $\pi \approx 3.141592654\dots$

A kör kerülete

$$K = 2r \pi$$

A kör területe

$$T = r \cdot r \cdot \pi = r^2 \pi$$

### Az elért eredmény ellenőrzése

Milyen alakúak a méhlép sejtjei? Ha a lép egy sejtjének mérete kb.  $5 \text{ mm}$ , mekkora a kerülete és területe?

A legújabb mérések megállapították, hogy a Föld átmérője  $12\,756,274$  kilométer. Mekkora a Föld kerülete? Hol a legszélesebb?

A Holdnak a Földtől való távolsága  $378\,195 \text{ km}$ . Abból a feltételezésből kiindulva, hogy a Hold a Föld körüli körpályán kering, mekkora utat tesz meg, amikor megkerüli a Földet?

## 2.6. HASONLÓSÁG, EGYBEVÁGÓSÁG ÉS SZIMMETRIA

(ajánlott óraszám 8)

### Hasonlóság – hasonló alakzatok megfigyelése

A hasonló alakzatok azonos alakúak, nagyságuk pedig arányos.

- ☺ Figyeljen meg környezetében hasonló alakzatokat!
- ☺ Hasonló-e az egyenlő oldalú szabályos sokszögek mindegyike? És a körök?

### Egybevágóság – az egybevágó alakzatok megfigyelése

Két geometriai alakzat akkor egybevágó, ha transzformációval leképezhetők egymásra.

- ☺ Melyek az egybevágó háromszögek tulajdonságai? Melyek a négyszögeké?
- ☺ Mikor lesznek az egyenlő oldalú szabályos sokszögek egybevágók? És a körök?

### A szimmetria – a szimmetrikus alakzatok megfigyelése

Egy alakzat tengelyes szimmetriájáról akkor beszélünk, amikor egyik fele tükörképe a másik felének.

- ☺ Az ábécé mely nagy betűinek van tengelyes szimmetriájuk? Indokolja meg a választát!
- ☺ Határozza meg az adott szakasz és szög szimmetriatengelyét!
- ☺ Hány szimmetriatengelyük van a négyzetnek, téglalapnak, paralelogrammának, körnek? Rajzolja le őket!
- ☺ Figyeljék meg a szimmetrikus alakzatokon a szimmetrikus pont-, szakasz- és szögpárokat, és jelölje meg őket!

### Fejtörő feladatok

- Egybevágó-e minden négyzet, és kör?
- Ha nem, miért nem? Hasonlóak-e?
- Tengelyes szimmetriája van-e az emberi testnek?
- Hány szimmetriatengelye van a körnek?

### Utasítás a tanár számára

El kell ismételni az arány fogalmát és azt, hogy mit jelent az arányosan lerajzolt kép!

Emlékeztetni kell a hallgatókat a szabályos sokszög definíciójára. Mivel minden egyenlő oldalszámú szabályos sokszög szögei azonosak, kölcsönösen hasonlóak. Ösztönözni kell a hallgatókat, hogy példaként sorolják fel az egyenlő oldalú háromszöget és a négyszöget.

A hallgatókat kép segítségével kell rávezetni, hogy a szabályos sokszögek akkor lesznek egybevágók, ha az oldalaik egyenlők.

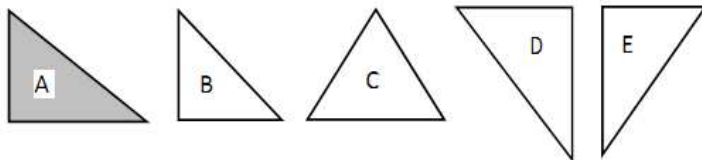
Ebből vonják le a következtetést, hogy az egybevágó sokszögek megfelelő szögei és oldalai egyenlők.

A hallgatók papírlapot összehajtva csináljanak színes szimmetrikus foltot. Meg kell magyarázni, miért van tengelyes szimmetriája a foltnak és mi a szimmetriatengely.

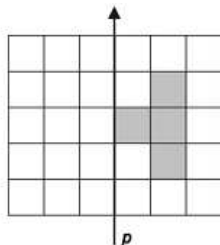
### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ A fa (vagy más tárgy) magassága hozzávetőlegesen meghatározható a háromszögek hasonlósága segítségével. Tegyen le egy tükröt a földre maga és a fa közé. Jelölje meg a fa tövét és a tükröt összekötő vonalat. Távolodjon el a tükörtől a vonal irányába a fával szembeni oldalon mindaddig, amíg a tükörben nem pillantja meg a fa csúcsát. Mérje meg a távolságot a fa és a tükör, a tükör és ön között. Ezek két hasonló derékszögű háromszög vízszintes befogóinak hosszai. Ön és a fa pedig a függőleges befogók, ezért a magasságaik arányának azonosnak kell lennie a tükörtől való távolságukhoz viszonyítva. Ha tudja a saját magasságát, az arányok alapján kiszámíthatja a fa magasságát.

☉ Az A B, C, D, E háromszögek közül melyik egybevágó az A háromszöggel?



☉ A képen úgy árnyékoljon be négy mezőt, hogy a  $p$  egyeneshez viszonyítva szimmetrikus alakzatot kapjon.



☉ Rajzoljon egy háromszöget és egy egyenest, amely nem metszi a háromszöget. Szerkesszen hozzá tengelyszimmetrikus háromszöget!

### Jegyezze meg!

Két egybevágó alakzat hasonló is, de két hasonló alakzat nem feltétlenül egybevágó.

Két háromszög akkor hasonló, ha szögeik egyformák.

Két háromszög egybevágó, ha megfelelő szögeik és oldalai egyenlők.

Minden négyzet kölcsönösen hasonló.

Két négyzet akkor egybevágó, ha oldalai egyformák.

Két téglalap akkor hasonló, ha oldalai arányosak.

Két téglalap akkor egybevágó, ha megfelelő oldalai egyenlők.

Minden kör kölcsönösen hasonló.

Két kör akkor egybevágó, ha sugaraik egyenlők.

Minden egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszög, négyzet, téglalap és kör olyan alakzat, amelynek tengelyes a szimmetriája.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Elhatározta, hogy varr magának egy öltönyt, a divatlapban talált hozzá szabásmintát, de az nem felel meg az Ön méretének.

Hogyan fogja hozzáilleszteni a nadrág szabásmintáját az Ön méreteihez (hasonlóság)?

Csak az egyik ujj szabása adott. Hogyan fogja kiszabni a másik ujjat (egybevágóság)?

A szabásminta csak a zakó hátának egyik oldalát adja meg. Hogyan szabható ki az egész hátrész (tengelyes szimmetria)?

Figyelmesen nézze meg a hópolyhet. Hány szimmetriatengelye van?

### 3. TÉMA: AZ ALGEBRA ÉS A FÜGGVÉNYEK

#### Az alapképzés végén várható tudás

Az alapképzés befejeztével a hallgató elsajátítja a következőket:

- **hatványozni tudja az adott számot, elvégzi a hatványozás alpműveleteit;**
- **meg tudja határozni a pont helyzetét a koordináta-rendszer első síknegyedében, ha adottak a koordináták és fordítva, és ezt alkalmazni tudja egyszerű valós helyzetekben is;**
- **meghatározza függvénynek a táblázatban vagy képletben adott értékét;**
- **megold olyan lineáris egyenleteket, amelyekben az ismeretlen csak egy tagban jelenik meg;**
- **alkalmazza az egyenleteket egyszerű szöveges példákban.**

#### Más tantárgyakkal való összefüggése

*Fizika* – A sebesség, a megtett út és az idő viszonyának példáján meg kell magyarázni az egyenes és a fordított arányt.

*Kémia* – arányosság

*Földrajz* – várostérkép, földrajzi térkép mint a sík koordináta-rendszere

*Biológia* – baktériumok szaporodása osztódással...

*Anyanyelv* – matematikai lejegyzések és példák elolvasása

Matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények az általános iskola 5-8. osztálya számára

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gcild=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- hatvány
- matematikai műveletek a hatvánnyal
- négyzetgyök
- koordináta-rendszer koordináta-tengely a pont koordinátái
- az egyenes arányosság függvénye
- a fordított arányosság függvénye
- lineáris függvény
- táblázat
- grafikon
- lineáris egyenlet
- lineáris egyenlőtlenség
- lineáris egyenletrendszer
- megoldás

### 3.1. HATVÁNYOZÁS

(ajánlott óraszám 10)

#### A szám hatványa – *a hatvány fogalma*

Egy szám hatványa az a szám, amelyet az azonos számok egymást követő összeszorzásával kapunk.

Ha az  $a$  számot  $n$ -szer szorozzuk meg önmagával, akkor ezt úgy írjuk le, hogy  $a^n$ .

Az  $a$  szám az alap, a  $n$  pedig a kitevő.

- ☉ Írja le rövidítve  $a+a+a+a+a$  és  $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ !
- ☉ Melyik az a szám, amely önmagával megszorozva 9-et ad?

#### A szám hatványa – *hatványozás természetes kitevőjű számmal*

- ☉ Mennyi  $2^3$ ?
- ☉ Írja le a 100 és az 1000 tízes egységeket a 10 hatványozott formájában!

#### A szám hatványa – *alapvető műveletek a hatványokkal*

- ☉ Számítsa ki a kifejezéseket!

$$2^3 \cdot 2, 2^3 : 2, 3 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^3, 3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^3$$

- ☉ Ha a derékszögű háromszög befogóinak hossza  $a$  és  $b$ , az átfogó hossza pedig  $c$ , írja le matematikai kifejezéssel Pitagorasz-tételét!

Egy adott szám négyzetgyöke az a szám, amelyik önmagával szorozva az adott számot adja; például, az  $a$  szám négyzetgyöke  $\sqrt{a}$  az a szám, amely megfelel az egyenlőségnek  $a = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$

- ☉ Mennyi  $\sqrt{9}$ ?

#### Fejtörő feladatok

- Magyarázza meg a centiméter és a méter hosszúság egységének egyenlőségét  $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ .
- Ki tudja-e fejezni a racionális számok halmazában azt a számot, amely önmagával szorozva 2-öt ad?

#### Utasítás a tanár számára

A hatvány fogalmának bevezetéséhez alkalmazni kell a területre és a térfogatra vonatkozóan tanult egységeket:

$$\begin{aligned} \text{Négyzetméter} &= m^2 \\ &= \text{méter a négyzeten} \\ &= \text{méter} \cdot \text{méter}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Köbméter} &= m^3 \\ &= \text{méter a harmadikon} \\ &= \text{méter} \cdot \text{méter} \cdot \text{méter}. \end{aligned}$$

Meg kell magyarázni a hallgatóknak, hogy nem lehet minden természetes számot két azonos tényező szorzataként leírni, például 2, 8...

Számológépen ki kell számítani egyes egész számok négyzetgyökét és meg kell határozni megközelítő értéküket. Magyarázatot kell fűzni ahhoz, hogy a hiba a tizedesek számától függ, amelyekkel a számot megközelítőleg leírták.

Rá kell mutatni, hogy  $\sqrt{2}$  nem racionális szám, és ez a matematikai művelet bevezeti a valós számok halmazát, amely szélesebb a racionális számok halmazánál. Újból fel lehet használni a számhalmaz modelljét, amelyet a hallgatók készítettek el, hogy megfigyelhessék a valós és az összes többi korábban tanult szám halmazának viszonyát.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☺ Fejezze ki a 3425 számot a tízes számrendszerben való összeggel, melyben a tízes egységeket a 10-es szám hatványának formájában írja le!

☺ Számítsa ki a számkifejezések értékét!

$$5^4 \cdot 5^3, 3^5 : 3^4, 6^2 - 2^4, (2^3)^4$$

☺ A  $3n$ ,  $n+3$ ,  $n^3$ ,  $\frac{n}{3}$  kifejezések közül, melyik egyenlő az  $n \cdot n \cdot n$  kifejezéssel az  $n$  szám minden értékére?

☺ A vörös vérsejt átmérője centiméterben kifejezve megközelítőleg  $8 \cdot 10^{-4}$ . Fejezze ki ezt a számot tizedes szám alakjában!

☺ Számítsa ki a számkifejezések értékét!

$$(2 \cdot 3)^4 : 6^2 \quad \frac{3^5 \cdot (3^2)^2}{3^7} \quad (-4)^9 : (-4)^5$$

☺ Egy baktériumfajta kettéosztódással szaporodik, úgy hogy minden órában osztódik. Hány utód fejlődik ki egy baktériumból 4 óra múltán?

☺ Mely egész számok között található a  $\sqrt{3}$ ? Fejezze ki a  $\sqrt{3}$  megközelítő értékét tizedes számmal!

☺ Számítsa ki számológéppel  $\sqrt{11}$ ! A tizedes számok közül 3,31 vagy 3,32 áll közelebb a kapott számhoz?

☺ Mennyi  $\sqrt{72} - \sqrt{8}$ ?

☺ Számítsa ki számológéppel  $\sqrt{2}$ ! Meg tudja-e határozni pontos értékét? Indokolja meg válaszát!

### Jegyezze meg!

A hatványozás az azonos számok szorzásának helyettesítése.

Műveletek hatványokkal:

$$p \cdot a^m \pm q \cdot a^m = (p \pm q) \cdot a^m$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^0 = 1 \text{ minden } a \neq 0$$

$$a^{-m} = a^{0-m} = a^0 : a^m = \frac{1}{a^m}$$

A négyzetgyökvonás a 2-es számmal való hatványozással, azaz a szám önmagával való szorzásával ellentétes művelet.

A racionális szám négyzetgyöke nem mindig racionális szám.

Bármely racionális szám négyzetgyöke valós szám.

A valós számok halmaza racionális számok halmazát tartalmazza.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Az 1-től 100-ig terjedő természetes számok közül, melyek természetes szám négyzetei? Ellenőrizze a választ számológéppel!

Az útszfalozáshoz szükséges anyag beszerzése céljából ki kell számítani a 47 km hosszú és 6 m széles út felületének nagyságát. Hogyan számítható ki a legegyszerűbben?

Kertjében meghatározott nagyságú négyzet és kör alakú rózsakertet szeretne kialakítani. Hogyan fogja meghatározni a rózsakert méreteit annak alapján, amit a számok hatványozásának és a gyökvonásának matematikai műveletéről megtanult?

### 3.2. EGYES ALAPVETŐ FÜGGVÉNYEK

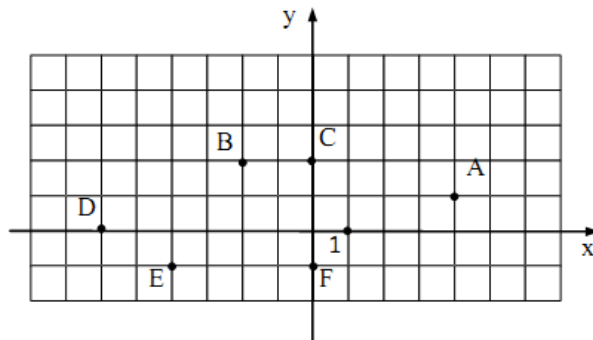
(ajánlott óraszám 15)

#### Egyes alapvető függvények – a pont meghatározása a koordináta-rendszerben

A koordináta-rendszer a pont síkban elfoglalt helyének meghatározására szolgál. Két számegyenes (koordináta-tengely) határozza meg, amelyek a  $(0,0)$  pontban metszik egymást.

A pont koordinátái  $(p, q)$  két szám, amelyek meghatározzák a pontnak a koordináta-rendszerben elfoglalt helyét. A  $p$  számot, amely vízszintes tengelyen való elhelyezkedésnek felel meg a  $q$  szám előtt kell írni, amely a függőleges tengelyen való elhelyezkedésnek felel meg.

☉ A rendezett számpárt  $(4,1)$  a képen látható koordináta-rendszerben az A pont koordinátáinak nevezzük, és úgy írjuk le, hogy  $A(4,1)$ . Írja le a képen látható B, C, D, E és F pontok koordinátáit!



☉ A képen látható koordináta-rendszerben jelölje meg a  $G(3,-1)$  pontot!

☉ A várostérkép az XY utcát a C5 pozíción jelöli meg. Keresse meg az utcát!

☉ A koordináta-rendszerbe négyzet van berajzolva és meg vannak határozva három csúcsának koordinátái: A  $(-2,3)$ , B  $(5,3)$  és D  $(-2,-4)$ . Melyek a negyedik C csúcs koordinátái?

#### Fejtörő feladatok

- Melyik az  $x$ -tengelyhez tartozó pontok második koordinátája, és melyik az  $y$ -tengelyhez tartozó pontok első koordinátája? Indokolja meg válaszát!
- Milyenek azok a számok, amelyeknek az első pont koordinátái az  $y$ -tengelyhez viszonyítva szimmetrikusak?

#### Utasítás a tanár számára

A hallgatókat emlékeztetni kell, hogy a számok összehasonlításához számegyenest használunk, mégpedig úgy, hogy a számegyenes pontjainak kölcsönös helyzetét összehasonlítjuk a hozzájuk társított számokkal.

Illusztrálni kell, hogy miért nem lehet a pontnak a síkban elfoglalt helyzete egy számmal meghatározva.

Példaként, a mozijegyen a moziban levő ülőhely három adattal van megjelölve: a terem jobb vagy bal oldala, a széksor és a széksorban levő ülőhely. Ha az elképzelt koordináta-rendszert úgy állítjuk fel, hogy a moziútvonal az  $x$ -tengely hosszában (mentén) van, a terem jobb oldali ülőhelyeinek első koordinátája negatív. Az első koordináta abszolút értéke az ülőhely sorszámát, a második koordináta pedig a sor sorszámát jelöli, a harmadik sor ötös számú ülőhelye  $x = 5, y = 3$ , a negyedik sorban levő nyolcadik ülőhely  $x = -8, y = 4$ . A koordináta-rendszer példái a síkban a sakktábla, a várostérkép, a földrajzi térkép...



**Egyes alapvető függvények – az egyszerű funkcionális összefüggések felismerése**

Az arányosság két arány azonossága.

Például, ha 1 ceruza 20 dinárba kerül, tetszőleges számú ceruza árát a ceruzák számának egy ceruza árával megszorozva kapjuk meg.

Ceruzák száma ( $x$ )	1	2	3	4	5
Ára dinárban ( $y$ )	20	40	60	80	100

Az egyenes arányosság függvényét bemutató matematikai kifejezés  $y = k \cdot x$ . Esetünkben  $k = 20$ .

☉ Ha az ember 6 méter távolságot 8 lépéssel tesz meg, hány lépéssel tesz meg 12, 18 és 24 métert?

A számítást táblázaton mutassa be!

Ábrázolja egyenes arányosság függvényével az ember által megtett távolság és léptei számának összefüggését!

Ennek a függvénynek a segítségével számítsa ki, hány lépéssel teszi meg az ember a 42 méteres távolságot!

Ábrázolja a koordináta-rendszerben grafikonnal ezt a függvényt!

Ellenőrizze, pontosan kiszámította-e a lépések számát, amit az ember 42  $m$  távolságon megtesz!

☉ Mekkora egy lépés hosszúsága az előző példában? Ha a lépés rövidebb (pl. 0,5  $m$ ), több lépést kell megtennie ugyanazon a távolságon. Tehát, egy meghatározott távolságot az ember kevesebb nagyobb vagy több kisebb lépéssel tesz meg. Ekkor azt mondjuk, a lépések száma és hossza fordított arányban áll.

A fordított arányosság függvényét az  $y = k/x$  matematikai kifejezéssel fejezzük ki.

☉ Az előző példához hasonlóan fejezze ki különféle módon a lépések hosszúságának és számának összefüggését, ha az embernek 24 méter távolságot kell megtennie.

**Fejtörő feladatok**

- 
- 

**Utasítás a tanár számára**

Emlékeztetni kell a hallgatókat az arány fogalmára.

Ha az azonos arányt eltérő számokra alkalmazzuk, eltérő értékeket kapunk. A választott számok halmaza és a kiszámított értékek közötti összefüggést meghatározó szabályt függvénynek nevezzük.

Az egyenes és a fordított arányosság a függvény két példája.

A függvényi összefüggés különféle módon mutatható be.

Ha az  $y = k \cdot x + m$  kifejezéssel fejezzük ki, lineáris függvényről van szó.

Az egyenes arányosság függvénye lineáris függvény, melynek koefficiense  $m = 0$ . Gyakorolni kell a számhalmazok és a függvény matematikai kifejezése közötti összefüggés megfigyelését. Alkalmazni kell a függvény táblázatos és grafikus ábrázolását.

Rá kell mutatni, hogy a koordináta-rendszerben a mennyiségi egységek különfélék lehetnek.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ Adottak a következő pontok A (2, 1); B (-2, 3); C (0, 4); D (-5, 0); E (3, -4)

Határozza meg a fenti pontokkal szimmetrikus pontokat

a) az x-tengelyhez, b) y-tengelyhez viszonyítva.

● A következő pontok a háromszög csúcsai:

a) A (4, 0), O (0, 0), B (0, 3), számítsa ki az AB oldalt!

b) A (-3, 0), B (3, 0), C (0, 4), számítsa ki az AC oldalt!

● A futó pontosan 8 perc alatt 3000 métert fut le.

Mennyi a másodpercenkénti középsebessége méterben kifejezve?

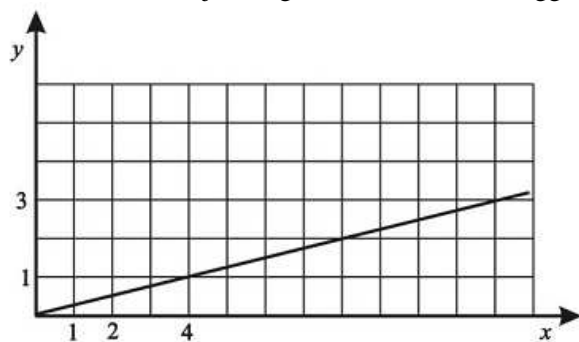
Ha a futó a 3000 métert 5 perc alatt futja le, gyorsabban (nagyobb sebességgel) vagy lassabban (kisebb sebességgel) fut-e?

☉ Határozza meg a következő függvények értékét!

$$y = 2 \cdot x - 3, \text{ ha } x = 2$$

☉ A grafikon a kerékpározó által megtett út hosszának  $y$  (km) változását ábrázolja az idő  $x$  (perc) függvényében.

- Mekkora utat tesz meg a kerékpározó 2 perc alatt?
- Hány percre van szüksége a kerékpározónak, hogy megtegyen 3 kilométert?
- Írja le a grafikonon ábrázolt függvényt!



### Jegyezze meg!

A koordináta-rendszer a pont síkban elfoglalt helyzetének meghatározására szolgál.

A koordináta-rendszerben minden pontot két szám  $(p, q)$  határoz meg, amelyek a pont síkbeli koordinátái.

Az első szám,  $p$  egyenlő a pontnak a függőleges tengelytől való távolságával (vízszintes irányban való távolság), a másik szám  $q$  egyenlő a pontnak a vízszintes tengelytől való távolságával (függőleges irányban való távolság).

A függvény matematikai kifejezés, amely két számhalmaz összefüggését ábrázolja.

Ábrázolható táblázatban és grafikonon.

A táblázat a megfelelő számpárokat tartalmazza.

A grafikon a koordináta-rendszer pontjait ábrázolja, amelynek koordinátái eleget tesznek az adott függvényi összefüggésnek.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Az arány törttel is leírható, ha az osztás : jelét felcseréljük a törtvonallal. Magyarázza meg ezt a megállapítást!

Miért vezetjük le az arányosságot a tört bővítésére vagy egyszerűsítésére? Például, írjon le két arányt, amely azonos a  $12 : 36$ !

Szeretné felújítani a lakását. Rajzolja le a lakás tervét egy A4-es papírlapra! Hányszorosára kell lekicsinyíteni lakásának tényleges méreteit, hogy a terv ráférjen a papírlapra? Magyarázza meg, hogyan alkalmazza az arányosságot ennek a problémának a megoldására!

### 3.3. LINEÁRIS EGYENLETEK ÉS EGYENLŐTLENSÉGEK

(ajánlott óraszám 10)

#### Lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek – az egyenletek alkalmazása egyszerű szöveges példákban

A lineáris egyenlet olyan matematikai kifejezés, amelyben az ismeretlen értéket betűvel jelölik.

☺ Ha a  $K$  a padsorban levő padok számát jelöli, írja le egyenlettel, hogy a tanteremben 15 pad öt sorban van elrendezve.

Az ismeretlent leggyakrabban  $x$ -szel jelölik. Az  $x$  szám az egyenlet megoldása.

☺ Ha  $14 \cdot (x+5) = 80$ , mennyi az  $x$  értéke?

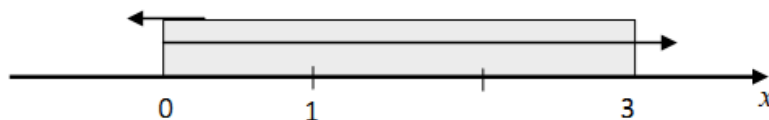
☺ Egy cső fele pirosra, negyede kékre van festve, 5 m pedig festetlen. Milyen hosszú a cső?

#### Lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek – a két ismeretlenes lineáris egyenletrendszerek megoldása és egyszerű valós helyzetekben való alkalmazása

☺ Az anya néhány szem cukorkát szeretne szétosztani a gyerekei között. Ha 3-3 cukorkát adna mindegyiknek, 2 cukorkája maradna, ha pedig 4-4 cukorkát adna nekik, 3 cukorka hiányozna. Hány gyermeke és hány cukorkája van az anyának?

☺ Ha a folyószámláján a keretet 2000 dinárral lépte túl, a megengedett túllépés pedig 10 000 dinár, legfeljebb mennyi pénzt vehet fel folyószámlájáról? Írja le az egyenlőtlenséget!

☺ Mely nem negatív egész szám ( $x \geq 0$ ) felel meg az  $x + 1 \leq 4$ ?  
Ábrázolja a megoldást a számegyenesen!



#### Fejtörő feladatok

- Mennyi az  $x$ , ha  $x - x = 0$ ? Indokolja meg választát!
- Hogyan tudná lineáris függvény grafikonjával megoldani a lineáris egyenletet?
- Lehet-e olyan lineáris egyenlőtlenség, amelynek nincs megoldása?

#### Utasítás a tanár számára

A hallgatóknak segíteni kell, hogy olyan egyenleteket fogalmazzanak meg, amelyek egyszerűbb valós helyzeteket írnak le, majd oldják meg őket.

Az egyenletek felállításához segíteni lehet a következő játékkal.

Egy hallgató mond néhány számpárt, amelyeket úgy határoz meg, hogy gondol egy számot (ez a számpár első tagja) és a választott kifejezés szerint a gondolt szám alapján kiszámítja a számpár második tagját. Például a gondolt szám kétszeres értékét csökkenti 1-gyel. A többieknek az a feladatuk, hogy kitalálják ezt a kifejezést. Mindegyik választ meg kell indokolni.

Meg kell magyarázni, hogy a lineáris egyenletben az egyenlőség = jelének valamely más jellel nagyobb > kisebb < nagyobb vagy egyenlő  $\geq$  kisebb vagy egyenlő  $\leq$  felcserélésével való lineáris egyenlőtlenséget kapunk, amelynek általában több megoldása van.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ A taxi szolgáltatás díját az alábbi szabály szerint számolják el: az indulás 80 dinár, és minden megtett kilométer 40 dinár. Ha az utas a szállításért 320 dinárt fizetett, írja le azt az egyenletet, amellyel kiszámíthatja a megtett  $x$  kilométerek számát!

● Mennyi az  $x$ , ha  $12x - 10 = 6x + 32$  ?

☉ Hét narancs és négy citrom ára 143 dinár, 11 narancs és 12 citrom pedig 279 dinárba kerül. Ha az  $x$  egy narancs árát jelenti, az  $y$  pedig egy citrom ára, írjon le két egyenletet, amelyekkel ki lehet számítani  $x$  és  $y$  értékét! Oldja meg a kapott egyenletrendszer!

☉ A megfelelő egyenletrendszer megoldásával válaszoljon a versikében feltett kérdésre:

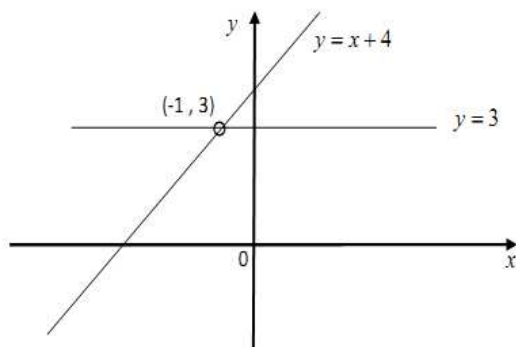
Varjak szálltak, ágakat láttak.

Ha 2-2 varjúnak ág jutna, egy varjú ág nélkül maradna.

Ha 3-3 varjúnak ág jutna, egy ág varjú nélkül maradna.

Hány varjú, és hány ág volt?

● Oldja meg a grafikusán az egyenletrendszert  $y = 3$ ,  $y = x + 4$ .



● Oldja meg az egyenlőtlenséget

$$2 - 5x \geq 3x - 14$$

Ábrázolja a megoldást a számegyenesen!

### Jegyezze meg!

Lineáris egyenletet megoldani annyit jelent, hogy megkeressük az egyenlet ismeretlen értékét, amelyet betűvel jelölünk, általában  $x$ -szel.

A lineáris egyenlet megoldása meghatározható lineáris függvény grafikonjaként, amelyet lineáris egyenlet határoz meg. Ha a lineáris egyenletben az egyenlőségjelet felcseréljük a nagyobb vagy a kisebb jelével, lineáris egyenlőtlenséget kapunk, amelynek általában több megoldása lehetséges. Ha problémában két ismeretlen érték jelentkezik, például  $x$  és  $y$ , akkor a problémát két egyenlet segítségével kell megoldani, az ún. két ismeretlenes két lineáris egyenletrendszerrel. Mindkét egyenlet egyidejűleg kell megoldani. A megoldás számpár, amelyek az  $x$  és az  $y$  számértékei. A kiszámított értékeknek meg kell felelni mindkét egyenletnek.

### Az elért eredmény ellenőrzése

Négy módon tanultunk meg leírni egy helyzetet: szavakkal, egyenlettel, táblázattal vagy grafikonnal. Ez egyazon állapotnak a különböző módon történő bemutatása.

Válasszon egy példát, és mutassa be a felsorolt módok mindegyikével!

Mit gondol, melyek az előnyei és a hátrányai mindegyik módnak?

Ismertesse szavakkal, hogyan készül az egyenlet alapján táblázat, majd a táblázat segítségével grafikon!

#### 4. TÉMA: ADATFELDOLGOZÁS

##### Az alapképzés végén várható tudás

Az alapképzés befejeztével a hallgató elsajátítja a következőket:

- elolvassa a grafikonon, diagramon vagy a táblázatban látható adatokat, és meghatározza a minimumot vagy a maximumot;
- az egyik grafikus alakban megadott adatokat ábrázolni tudja a másik alakban (például, a táblázatban adott adatokat bemutatja grafikonon és fordítva);
- alkalmazza a százalékokat egyszerű, valós helyzetekben;
- kiszámítja az adott arányosság ismeretlen tagját és az arányosságot alkalmazza valós helyzetekben;
- használni tudja a megfelelő mértékegységeket a hosszúság, térfogat, tömeg, idő és a szögek mérésére;
- a nagyobb időegységet átalakítja kisebb időegységgé.

##### Más tantárgyakkal való összefüggése

*Kémia* - a kísérletek eredményei bemutathatók táblázatban és különféle diagramokon, oldat százaléka, aránya, mértékegysége

*Fizika* - a kísérletek eredményei bemutathatók táblázatban és különféle diagramokon, mértékegysége, aránya

*Biológia* - a kísérletek eredményei bemutathatók táblázatban és különféle diagramokon

*Földrajz* – demográfiai adatok (városukban a lakosság ...%-a fiatalabb 18 évnél, a legutóbbi parlamenti választásokon a pártok a szavazatok ...%-át kapták, a romák ...%-a írástudatlan)

*Anyanyelv* – a különböző grafikusán ábrázolt információk megértése

Matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények az általános iskola 5-8. osztálya számára

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gcild=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- grafikon
- diagram
- táblázat
- kör
  
- értékbeosztás
- minimum és maximum
- középérték
  
- százalék
- arányosság
  
- a  
hosszúság  
terület  
térfogat  
tömeg  
idő
- mértékegységei
  
- mérési hibalehetőség  
becslése

#### 4.1. GRAFIKUS ÁBRÁZOLÁS

(ajánlott óraszám 16 óra)

**Grafikus ábrázolás** – a táblázat, diagram, grafikon és kör formájában közölt adatok leolvasása

☉ A kör egy iskola 120 érettségizője körében végzett felmérés eredményét ábrázolja arról, hogy melyik országba fognak utazni. Hány tanuló adott meg egy-egy országot? Melyik javaslatra szavaztak a legtöbben?



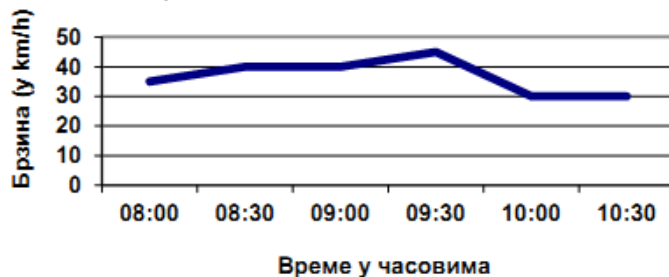
**Grafikus ábrázolás** – Az adatok áttekintő ábrázolása (táblázat, grafikon, kör, diagram).

☉ Ábrázolja grafikusán a levegő hőmérsékletének alakulását az elmúlt tíz napban (a hallgatók feladatul kapják, hogy kísérik figyelemmel a napi hőmérsékletet).

**Grafikus ábrázolás** – A begyűjtött adatok feldolgozása egy kritérium alapján – minimum vagy maximum.

☉ A szerbiai városok közötti távolságot ismertető táblázat – amely általában az autótérkép összetevő része – találja meg az egymástól egyenlő távolságra fekvő városokat, az egymástól legkisebb és az egymástól legnagyobb távolságra levő városokat.

☉ A diagram egy autóbusz haladási sebességét mutatja. Hány órákor érte el a legnagyobb sebességet a busz? Melyik volt a legkisebb haladási sebessége?



Sebesség (km/h)

Idő órában

#### Utasítás a tanár számára

A hallgatóknak reklámanyag vagy a tömegtájékoztatási eszközök reklámanyagainak példáján (gazdasági mutatószámok, közvélemény kutatás...) meg kell magyarázni a táblázat, a grafikon, diagram vagy a kör leolvasását, a reklámanyag összegyűjtését a hallgatók feladatul kapják.

Külön figyelmet kell szentelni a grafikus ábrázolás tengelyskálája megértésének.

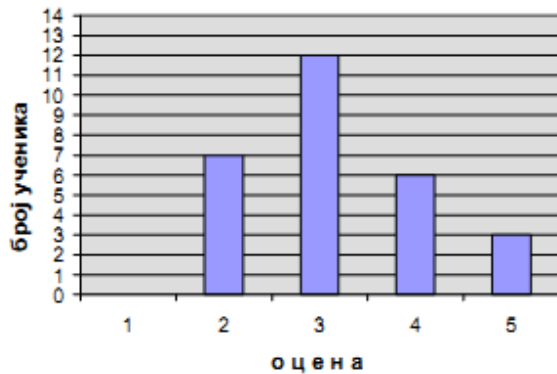
Be kell gyakorolni, hogy az egyik alakban megadott adatokat, hogyan lehet másik alakban ábrázolni (diagram ↔ táblázat ↔ grafikon ↔ kör).

A hallgatók maguk gyűjtik össze a különféle adatokat (a hőmérséklet, a dinárárfolyam, az árucikkek árának, a folyó vízállásának, a költségek változása...), különféle diagramokon bemutatják és a lényeges információkat leolvassák róluk.

### Fejtörő feladatok

- Ábrázolja táblázatban tervezett tevékenységei napi beosztását. Mindegyik tevékenység időtartamának elemzésével válaszoljon: a) melyik tevékenységhez van szüksége a leghosszabb és melyikhez a legrövidebb időre, b) átlagban meddig tart egy tevékenység és c) összesen mennyi időt vett igénybe?
- Próbálja meg optimalizálni napi munkatervét. Hasonlót készíthet havi szinten is.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!



A tanulók száma

Osztályzat

☉ Olvassa le a diagramról, mely osztályzatokat kapták a tanulók az írásbeli dolgozatukra. Vigye be az adatokat a táblázatba!

☉ Ábrázolja grafikusán az euró árfolyamának alakulását egy hónapon át. Olvassa le a legkedvezőbb és a legkedvezőtlenebb árfolyamot és számítsa ki a középárfolyamot!

☉ A táblázat négy napon át mutatja a hőmérsékletet különböző időpontokban.

Melyik napon és hány órákor volt a legnagyobb hőmérséklet?

Mekkora volt az átlaghőmérséklet 12 órákor ezekben a napokban?

HŐMÉRSÉKLET					
	6 óra	9 óra	12 óra	15 óra	18 óra
Hétfő	15°	17°	24°	21°	16°
Kedd	20°	16°	15°	10°	9°
Szerda	8°	14°	16°	19°	15°
Csütörtök	8°	11°	19°	26°	20°

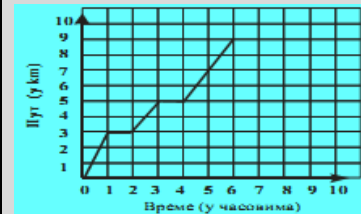
### Jegyezze meg!

Az adatok áttekinthetően bemutatathatók és feldolgozhatók, ha az alábbi alakokban ábrázoljuk őket:

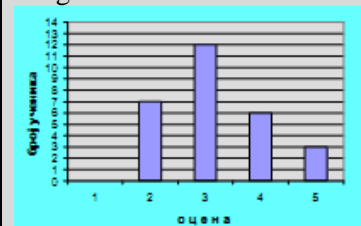
Táblázat

x	2	3	4	5
y	7	10	13	16

Grafikon



Diagram



Kör



☺ Vlado felírta, hány dinárt költött naponta uzsonnára.  
Hány dinárt költ el Vlado hetente uzsonnára?  
Hány dinárt költ el Vlado átlagban naponta az uzsonnára?

Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek
50	80	70	40	120

### **Az elért eredmény ellenőrzése**

Házi költségvetés tervezése:

Készítse el házi költségvetésének táblázatát kategóriánként (élelem, ruházat, háztartási vegyszerek, szórakozás...).

Határozza meg mindegyik kategória százalékarányát a teljes havi bevételben. Minden egyes hónapban írja be a reális összeget, amelyet elkölthet, figyelemmel az adott hónapban megvalósított bevételre.

A következő oszlopba a hónap végén jegyezze be minden egyes kategória tényleges költségeit.

Az utolsó oszlopba írja be, mennyit takarított meg, vagy mekkora volt a keret túllépése minden egyes kategóriában!

Diagrammal vagy körrel ábrázolja kategóriánként a tényleges költségeket!



## 4.2. MÉRÉSEK

(ajánlott óraszám 16 óra)

**Százalékarány** – valamely nagyság megadott százalékarányának kiszámítása

☉ A 2500 dináros tornacipő 20%-kal lett olcsóbb. Mennyi a tornacipő új ára?

● Amikor kiépítették az autótutat, autóbusszal A helytől B helyig az utazás 25 percről 20 percre csökkent. Százalékban kifejezve mennyivel csökkent az utazás időtartama?

**Arány** – az adott arányosság ismeretlen tagjának kiszámítása; az arányosság alkalmazása valós helyzetekben

Az egyenes arányosság azonos tényezőkkel való szorzás – növelés kétszer, háromszor ... (arányok 2:1, 3:1) vagy egyszer, kétszer ... való csökkentés (arányok 1:2, 1:3...)

☉ A sütemény tésztájának összetevői: 20 dkg cukor, 30 dkg őrölt dió, 20 dkg vaj és 30 dkg liszt. Mennyit kell vennie Mírónak mindegyik összetevőből, ha háromszoros mennyiségű süteményt akar készíteni?

☉ Ha 4 mozijegy 1000 dinárba kerül, mennyibe kerül 14 mozijegy?

☉ Az  $x$  szám aránya 52-höz ugyanannyi mint a 7 a 13-hoz. Mennyi az  $x$  értéke?

**Mérés** – megfelelő mértékegységek használata a hosszúság, a terület, a térfogat, a tömeg és az idő méréséhez; a nagyobb mértékegység átalakítása kisebb mértékegységgé

☉ A felsorolt mértékegységek közül, melyik a legalkalmasabb a tojás súlyának (tömegének) mérésére: centiméter, milliméter, gramm, kilogramm?

☉ Misi 8 óra 40 perckor fogott hozzá a házi feladatához. Ha háromnegyed órát töltött a házi feladat elkészítésével, hány órakor fejezte be?

### Utasítás a tanár számára

A tananyagban ebben a részben a hallgatók által a számok, alakzatok, testek és mértékegységek területén tanultakat a gyakorlati problémák megoldására használják. A hallgatókat emlékeztetni kell az átvett tananyagra, majd példákkal kell illusztrálni, hogyan lehet a matematikai tudást a gyakorlati feladatok megoldásában alkalmazni.

A hallgatókat ösztönözni kell, hogy a modellként szolgáló példák mintájára maguk fedezzék fel a tényleges problémát, fogalmazzák meg matematikai alakban, oldják meg a kapott matematikai feladatot és ellenőrizzék a megoldás pontosságát.

### Fejtörő feladatok

- Kiszámítható-e az arányosság az egyenes arányosság függvényének alkalmazásával? Magyarozza meg!
- Melyik században született Ön és melyikben a gyermeke? Hány évvel idősebb a gyermekénél?

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

☉ Egy labda árát 12%-kal emelték, így most 392 dinárba kerül. Mennyibe került a labda az áremelés előtt?

☉ A gyűrű kidolgozásában az aranyat és a rezet 5:3 arányban használták. Mennyi van az egyikből és a másikkól ebben a gyűrűben, ha a tömege 19,2 g?

☉ A gravitációs erő különbsége miatt, az ember a Holdon kb. hatszor könnyebb, mint a Földön. Ha a Földön valaki 84 kg súlyú, milyen nehéz lesz a Holdon?

☉ A másodlagos nyersanyaggyűjtőben a papír, a műanyag és az üveg aránya 5:3:2. Mennyi üveg, papír és műanyag van, ha a gyűjtő össztömege 1500 kg?

☉ A felsorolt nagyságok közül általában melyiket fejezik ki méterekben?

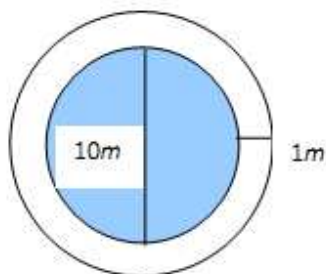
a pénzérme vastagságát

a papírlap hosszát

a gépkocsi hosszát

a Belgrád és Niš közötti távolságot

☉ Egy 10 méter átmérőjű medence körül 1 méter széles körjárdá van



a) Mekkora a medence kerülete ( $\pi = 3,14$ )?

b) Mekkora a körjárdá területe?

☉ A szobafestő két doboz festékből befestett egy 10  $m^2$ -es falfelületet. Hány doboz festékre lesz szüksége, hogy befessen egy lakást, melynek falfelülete 120  $m^2$ ?

☉ Egy 5 méter széles út kilométerenkénti aszfaltozásának költségei 20 millió dinár. Mennyibe kerülne az odavezető 300 m hosszú és 4 m széles út?

### Jegyezze meg!

A százalék az egész század része.

Az arányosság az azonos tényezővel való szorzás.

Mértékegységek

*hosszúság:*

méter  $m$

centiméter  $cm$

milliméter  $mm$

kilométer  $km$

*terület:*

$m^2, cm^2, mm^2, km^2$

*térfogat:*

$m^3, cm^3, mm^3, km^3$

*liter l*

*tömeg:*

gramm  $g$

kilogramm  $kg$

*idő:*

óra

perc

másodperc

### Az elért eredmény ellenőrzése

Az üzletben különböző csomagolású mosópor márkákat kínálnak.

Mindegyik márkát mutassa be grafikonon áratól és súlyától függően, és a grafikonok alapján becsülje fel,

mit a legkifizetődőbb vásárolni (legtöbb mosóport a legkevesebb pénzért). Ezt megteheti más árucikkel is (különböző csomagolású és fajta keksz, hús...).

Olcsóbb-e mindig diszkontban nagyban vásárolni?

Számítsa ki, mennyit takarít meg havonta (évente) ilyen gazdaságos vásárlással?

Magyarázza meg, milyen módon alkalmazza az arányosságot egy adott recept szerinti étel elkészítése alkalmával!

## 5. TÉMA: GEOMETRIAI TESTEK (TÉRGEOMETRIA)

### Az alapképzés végén várható tudás

Az alapképzés befejeztével a hallgató elsajátítja a következőket:

- felismeri a hasábot, a gúlát, a kúpot, a hengert és a gömböt, észreveszi ezeket az alakzatokat valós helyzetekben;
- azonosítja a hasáb, a gúla és a henger alapvető elemeit;
- kiszámítja a kocka és téglalest térfogatát.

### Más tantárgyakkal való összefüggése

*Földrajz* – A Föld gömb alakú

*Szakma* – építőipar

Matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények az általános iskola 5-8. osztálya számára

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gcild=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- hasáb  
alap  
oldalak  
élek  
szögek
- gúla  
alap  
oldalak  
élek  
csúcs
- kúp  
alap  
palást  
csúcs
- henger  
alapok  
palást
- gömb  
gömbfelület  
középpont  
sugár
- felszín
- térfogat

## 5.1. GEOMETRIAI TESTEK

(ajánlott óraszám 20 óra)

### Geometriai testek – a hasáb, a gúla, a henger, a kúp és a gömb felismerése

A geometriai testek térbeli alakzatok, melyeknek alaplapja sokszög vagy kör.

☺ Figyelje meg a felsorolt geometriai testeket a környezetében (ház, háztető, fagylalt tölcser, hordó, csatorna...)!

☺ Miben különböznek a hasáb és a gúla a hengertől és a kúptól, és mi különbözteti meg a hasábot és a hengert a gúlától és a kúptól?

### Geometriai testek – a hasáb és a gúla elemei: élek, oldalak és csúcsok

A hasábnak két egybevágó vége van, amelyeket alaplapnak nevezünk és meghatározzák a hasáb elnevezését (ha az alaplap négyzet, akkor négyoldalú hasábról beszélünk). Oldalai paralelogrammák.

☺ A hasáb mely elemei pontok, mely elemei vonalak és felületek (figyelje meg ezeknek az elemeknek a különböző méreteit)?

☺ Meg kell figyelni, hogy a kocka és a téglatest hasábok; sorolja fel sajátosságait!

☺ Hány oldala, éle és csúcsa van a háromoldalú hasábnak?

A gúlának egy alaplapja van, amelyről a nevét kapja (ha az alaplapja háromszög, akkor háromoldalú gúláról beszélünk). Oldalai háromszögek, amelyek egy pontban, a gúla csúcsában találkoznak.

☺ Hány oldala, éle és csúcsa van az egyenlő élű szabályos háromoldalú hasábnak (tetra-csomagolás)?

### Utasítás a tanár számára

Papírból ki kell vágni a hasáb  
gúla  
henger  
kúp  
hálózatát és össze kell állítani.

A modelleken meg lehet magyarázni a fogalmakat: alaplap, oldalak, élek, csúcsok, palást, csúcspont. Rá kell mutatni, hogy ezek az elemek határozzák meg a geometriai test fajtáját.

Ki kell emelni a geometriai test elemeinek különböző kiterjedését:

a csúcsok és a csúcs pontok (nincs hosszúságuk, 0D)

az élek szakaszok (csak hosszúságuk van, 1D),

az alaplapok, oldalak és a palást felületek (van felületük, 2D)

A geometriai testek háromdimenziós objektumok (3D)

### Fejtörő feladatok

- Hogyan kaphatunk a hasábból gúlát, a hengerből kúpot?
- Általában milyen alakúak a háztetők? Indokolja meg, miért?
- Egyértelműen definiálható-e, mi a kocka vagy a téglatest alaplapja?

### Geometriai testek – a kocka és a téglatest felszíne és térfogata

A hasáb felszíne egyenlő az alaplapok és az oldalak területének összegével.

☉ Állapítsa meg, hogy mely alakzatok alkotják a kocka és a téglatest hálóját, és ennek alapján vezesse le a kiszámításukhoz szükséges kifejezéseket!

☉ Ha egy teherautó pótkocsijának méretei  $5,5\text{ m}$  és  $2,5\text{ m}$ , mélysége pedig  $1,2\text{ m}$ , hány köbméter homokot hoztak rajta?

### Geometriai testek – a henger és elemei

A hengernek két kör alakú alaplapja van, amelyet görbe felület köt össze.

☉ Figyelje meg a környezetében, mi mindennek van henger alakja és állapítsa meg, melyik az alaplap és melyik a palást!

A henger felszíne egyenlő az alaplapok és a palást területének összegével.

☉ Mennyi pléhre van szükség egy  $4\text{ m}$  hosszúságú csatorna elkészítéséhez, amely keresztmetszetének átmérője  $16\text{ cm}$ ?

☉ Mekkora a térfogata egy henger alakú hordónak, amely alapjának átmérője  $30\text{ cm}$ , magassága pedig  $1\text{ m}$ ?

A kúpnak egy kör alakú alaplapja, görbe felülete van, amelynek a csúcsa egy pontban, a kúp csúcsában végződik.

☉ A kavics kúp alakú halomban áll, amely alapjának az átmérője  $3\text{ m}$ , magassága pedig  $1,5\text{ m}$ . Hány köbméter kavics van a halomban?

A labda geometriai test és a térnek gömbfelülettel határolt része. A gömbfelület a térben a gömbfelület állandó pontjától, a középpontjától egyenlő távolságra levő pontok halmaza.

### Fejtörő feladatok

- Hogyan kaphatunk a hasázból hengert, a gúlából kúpot?
- Milyen alakú az építőipari függőn?

### Utasítás a tanár számára

A geometriai test papírból készített hálójának megfigyelése során meg kell állapítani, hogy mely felületek határolják a testet. A geometriai alakzatok területeinek helyes kifejezések révén történő kiszámításával jutunk el minden egyes test felszínének kiszámításához.

Meg kell magyarázni, ha a henger palástját „kivasalnánk”, tulajdonképpen téglalapot kapnánk, melynek hossza egyenlő a henger alaplapját képező kör kerületével, szélessége pedig a henger magassága. A téglalap és a kör területéről tanultakat alkalmazva, a hallgatókat rá kell vezetni, hogy maguk jussanak el a következtetésig, hogyan kell a henger felszínét kiszámítani.

### Ellenőrizze, mit tanult meg!

- ☉ Ha a kocka felszíne  $54 \text{ cm}^2$ , mekkora a térfogata?
- ☉ Mennyi vászonra van szükség egy háromoldalú hasáb alakú sátorhoz, ha a sátor alaplappja  $2,5 \text{ m}$  és  $1,5 \text{ m}$  téglalap, magassága pedig  $80 \text{ cm}$ ?
- ☉ Egy  $20 \text{ m}$  hosszú,  $10 \text{ m}$  széles és  $4 \text{ m}$  magas hangárba bálázott szénát kell elhelyezni. Hány szénabála helyezhető el a hangárban, ha egy bála méretei  $50 \text{ cm}$ ,  $30 \text{ cm}$  és  $80 \text{ cm}$ ?
- ☉ A tetőszerkezet felállításához  $6 \text{ m}$  hosszú és téglalap keresztmetszetű  $12 \text{ cm}$  és  $14 \text{ cm}$  méretű gerendákra van szükségünk. Hány köbméter épülettára van szükségünk, ha  $14$  gerendát kell felhasználnunk?
- ☉ Több csomagolóanyagra van-e szükségünk a joghurt kiszerezéséhez, ha tetra-csomagolást használunk (szabályos háromoldalú egyenlő élű gúla), melynek éle  $10 \text{ cm}$ , vagy ha  $4 \text{ cm}$ ,  $6 \text{ cm}$  és  $8 \text{ cm}$  méretű téglatest?
- ☉ Egy  $25 \text{ m}$  hosszú és  $2,5 \text{ cm}$  belső átmérőjű locsolócső vízzel van töltve. Mennyi vízre van szükségünk a cső megtöltéséhez, hogy a másik végén elinduljon a víz?
- ☉ Egy  $25 \text{ m}$  átmérőjű kör alakú pályát körülfutó járdát le kell betonozni, a járda szélessége  $1,2 \text{ m}$ , vastagsága pedig  $10 \text{ cm}$ . Hány köbméter betont kell felhasználni a járda kiépítéséhez?
- ☉ Egy henger alakú kancsót, amely aljának sugara  $7,5 \text{ cm}$ , magassága pedig  $25 \text{ cm}$ ,  $20 \text{ cm}$  magasságig töltöttünk meg vízzel. Hány litert vizet önthetünk még a kancsóba, hogy teljesen megteljen?
- ☉  $10$  kúp alakú poharat borral töltöttünk meg. Ha tudjuk, hogy a pohár átmérője  $7 \text{ cm}$ , mélysége pedig  $5 \text{ cm}$ , mekkora mennyiségű bor fért bele a poharakba?

### Jegyezze meg!

A geometriai test felszíne egyenlő az adott testet határoló lapok területének összegével.

A térfogat a térnek az a mennyisége, amelyet valamely test elfoglal.

A kocka, amelynek éle  $a$ , felszíne  $A = 6a^2$ , térfogata  $V = a^3$ .

A téglatest élei  $a$ ,  $b$ ,  $c$  hosszúságúak, felszíne  $A = 2(ab+bc+ac)$ , térfogata  $V = abc$ .

Az egyenes körhenger alapjának sugara  $r$  és magassága  $H$ , felszíne pedig  $A = 2r^2\pi + 2r\pi H$ , térfogata  $V = r^2\pi H$ .

Az egyenes körkúp sugara  $r$  és magassága  $H$

$$V = \frac{1}{3}r^2\pi H.$$

### Az elért eredmény ellenőrzése

Építkezni akar. Előzőleg el kell készítenie:

- a) az objektum teljes tervét,
- b) megtervezni a szükséges anyagot,
- c) felbecsülni az építkezés összköltségeit,
- d) eldönteni, melyik bank adja a legkedvezőbb hitelt, mivel nincs elég saját eszköze.

A matematikában tanultakból, mi mindent tud alkalmazni, hogy sikeresen elvégezze a felsorolt teendők mindegyikét?

## 1. TÉMA: A TERMÉSZETES SZÁMOK ÉS A VELÜK VÉGZETT MATEMATIKAI MŰVELETEK

I T1.1.

- számjegyek
- számok
- természetes számok
- páros és páratlan számok

### AMIT A TERMÉSZETES SZÁMOKRÓL TUDNI KELL

**A számjegyek** a számokat jelölő jelek. A számok: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 és 9.

A számjegyekkel minden egyjegyű, kétjegyű és többjegyű számot le tudunk írni.

Az 1, 2, 3, 4... számokat **természetes számoknak** nevezzük.

A természetes számok halmazát  $N$  betűvel jelöljük,  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n+1, \dots\}$

Természetes szám végtelen sok van.

A 2, 4, 6, 8... számok **páros** természetes számok. Az 1, 3, 5, 7, ... **páratlan** természetes számok.

Mindegyik természetes számnak van rákövetkező száma: Példa: *a 15 rákövetkezője a 16.*

Minden természetes számnak van megelőzője. Példa: *a 7 megelőzője a 6.*

A 0 nem természetes szám. A természetes számok halmazának és a nullának a jelölése

$N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, n+1, \dots\}$ .

I T1.2.

Ellenőrizze, mit tud a számokról!

a) Írja le szabályosan az alábbi számokat:

kilencszázhuszonkilenc \_\_\_\_\_

háromezer-tizennyolc \_\_\_\_\_

tizenötezer-kétszázharmincnyolc \_\_\_\_\_

2. A szám előtti vonalra írja az első megelőzőjét, a szám utáni vonalra pedig az első rákövetkezőjét:

\_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 100 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 999 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 1999 \_\_\_\_\_

3. Az alábbi számokat állítsa sorba a legkisebبتől kezdve a legnagyobbig:

367, 763, 376, 6073, 3067, 7067 és 736 \_\_\_\_\_



4. Egy utca bal oldalán a házak páratlan számozásúak, 1-től 27-ig, a jobb, páros számú oldalon 2-től 22-ig vannak a házsámok. Hány ház van ebben az utcában?

- a) 20                      b) 49                      c) 27                      d) 25                      e) 33

5. Péter mobil telefont szeretett volna venni. Három boltot hívott telefonon, hogy megérdeklődj, hol veheti meg legolcsóbban az óhajtott telefont. Az első boltban azt mondták, hogy a telefon ára 4800 dinár, a másodikban 5100 dinárba kerül, a harmadikban pedig 4950 dinár volt az ára. Melyik boltban árusítják a legolcsóbban a telefonokat?

**MEGOLDÁS:**

1. 929, 3018, 15, 238                      2. 19 és 21, 99 és 101, 998 és 1000, 1998 és 2000  
3. 367, 376, 736, 763, 3067, 6073 és 7067                      4. d)                      5. az első boltban

**GYAKORLÓ PÉLDÁK**

I T1.3.

1. Töltse ki a táblázatot:

a	b	a+b	a-b
700	208		
651		800	
	347	715	
817			398

2. Pali a könyvkereskedésben könyvet, zenei CD-t és fényképalbumot vásárolt. Ha a könyv és a CD 1000 dinárba, a könyv és a fényképalbum 1350 dinárba, a CD és a fényképalbum pedig 850 dinárba kerül, számítsa ki:

- a) Mennyibe kerül a könyv, a CD és a fényképalbum?  
b) Mennyi pénzre van Palinak összesen szüksége a vásárláshoz?

3) Mind a tíz épület ötemeletes, minden emeleten 6 lakás van. Számítsa ki, összesen hány lakás van ezekben az épületekben?

4) A raktárban 490 zsák lisztet és 7-szer kevesebb zsák sót helyeztek el. Összesen hány zsák található ebben a raktárban?

5. Négy autóbuszban összesen 240 turista indult nyaralni. Hány turista volt két autóbuszban, ha mindegyik buszban azonos számú turistát helyeztek el?

6. Egy földműves az év folyamán 9750 kg árpát aratott le, míg búzából 24 000 kg-mal többet, kukoricából pedig 18 300 kg-mal kevesebbet, mint az árpa és a búza hozama együtt. Összesen hány kilogramm gabonát takarított be?

7. A Száva folyó hosszúsága 726 km, a Morava folyó ennél 372 km-rel rövidebb. Milyen hosszú a Morava?

8. Az állatkertben délelőtt 256 látogató járt, délután pedig 137-tel több mint délelőtt. Összesen hány látogatója volt aznap az állatkertnek?

9. Jankónak és Markónak úgy kell összesen 1400 dinárt elosztaniuk, hogy Marko 200 dinárral többet kapjon Jankónál. Mennyi pénzt kap az egyik és a másik?

10. \*Érdekes feladatok:

a) Írjon egy kétszámjegyű számot, de a számjegyek ne legyenek azonosak. Most írja le a számot a számjegyek fordított sorrendjével. A nagyobb számból vonja ki a kisebbet. Az így kapott szám mindig osztható 9-cel. Ellenőrizze, hogy ez igaz-e úgy, hogy megold 5 ilyen példát.

Példa:  $26 \rightarrow 62$ ,  $62 - 26 = 36$ , a 36 osztható 9-cel

b) Gondoljon egy számra. Növelje 7-szeresére. A kapott számot ossza el azzal a számmal, amelyre gondolt. A gondolt számot növelje meg 3-mal. 10-et kapott!

c) Két apa és két fiú 3 almát osztott szét egymás között. Mindegyik egyet kapott. Hogyan lehetséges ez?

FEJTSE MEG A KERESZTREJTVÉNYT!

A	B		C	D	
E		F			G
	H			I	
J			K		
L	M		N		O

Vízszintes

- A → Melyik az a szám, amelyik ötször nagyobb 9-nél
- C → A szám, amelyik 8-szor nagyobb 56-nál !
- E → A 81-nél 9-szer kisebb szám
- F → Az első tényező 9, a második 7. Mennyi a szorzat?
- G → Az osztandó 49, az osztó 7. Mennyi a hányados?
- H → 13 és 7 szorzata
- I →  $28 \cdot 3 - 32$
- J → Az osztandó 63, az osztó 9. Mennyi a hányados?
- K → Melyik az a szám, amelyik 40-nel kevesebb, mint a 25 és a 3 szorzata?
- L → Melyik az a szám, amelyik 4-szer kevesebb, mint 80?
- N → Az a szám, amelyik 9-szer kevesebb, mint a 18 és a 4 szorzata!
- O →  $(100-58):6$

Függőleges

- A ↓ Az első tényező 7 a második is 7. Mennyi a szorzat?
- B ↓ Az a szám, amelyik 9-szer kevesebb 45-nél!
- C ↓ Az a szám, amelyik 7-szer nagyobb 9-nél!
- D ↓ A 12-nél háromszor kisebb szám!
- F ↓ Az a szám, amelyik 16-tal nagyobb a 15 és a 3 szorzatánál!
- G ↓ Az a szám, amelyik 6-szor nagyobb a 12-nél!
- H ↓  $45 \cdot 2 - 81$
- I ↓  $16 \cdot 3 + 7$
- J ↓ Az a szám, amelyik 4-szer akkora mint 18
- K ↓ Melyik szám kétszer kisebb 76-nál?
- M ↓  $26 \cdot 2 \cdot 0$
- O ↓ Az a szám, amelyik 9-szer kisebb a 3 és a 21 szorzatánál!

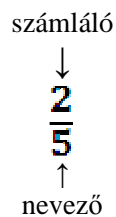
## 2. TÉMA: A TÖRTEK ÉS A SZÁZALÉK

I T2.1.

- tört
- nevező
- számláló
- törtvonal
- százalék

### AMIT A TÖRTEKRŐL ÉS A SZÁZALÉKRÓL TUDNI KELL

**Törttel** fejezzük ki valamely egész részeit. A törtet két természetes számmal és törtvonallal írjuk le. A két természetes számot, amelyből a tört áll, számlálónak és nevezőnek nevezzük.



**Számláló** a törtnek a tört vonal fölött jelölt része, és azt jelöli, hány egyenlő részből áll valamely egész (a részek száma).

**Nevező** a tört azon része, amelyet a törtvonal alá írunk, és azt jelöli, hány egyenlő részre van osztva valamely egész (a részeket nevezi meg).

**Törtvonal** az osztás szimbóluma.

**Példa:** a  $\frac{2}{5}$ -öt kétötödnek olvassuk. A 2-es számjegy a számláló, az 5-ös számjegy a nevező. A 2 és az 5 között van a törtvonal.

Minden természetes szám leírható tört alakjában is, úgy hogy a nevező 1 lesz, a számláló pedig maga a szám.

Két azonos nevezőjű tört közül az a nagyobb, amelyiknek a számlálója nagyobb szám.

Két azonos számlálójú tört közül az a nagyobb, amelyiknek a nevezője kisebb szám.

**Százalék** egy  $\frac{n}{100}$  alakú tört.

$$4\% \frac{4}{100}; \quad 20\% \frac{20}{100}; \quad 25\% \frac{25}{100}; \quad 50\% \frac{50}{100}$$

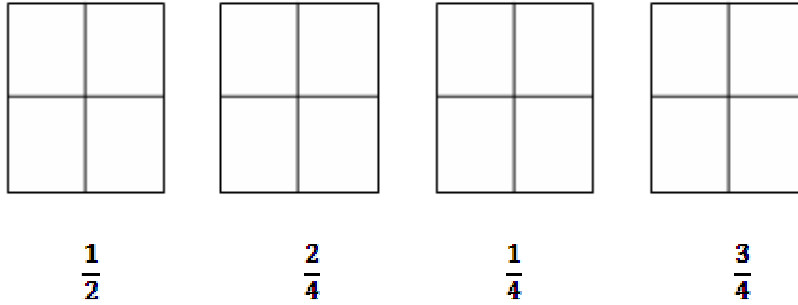
I T2.2.

Ellenőrizze, mit tud a számokról!

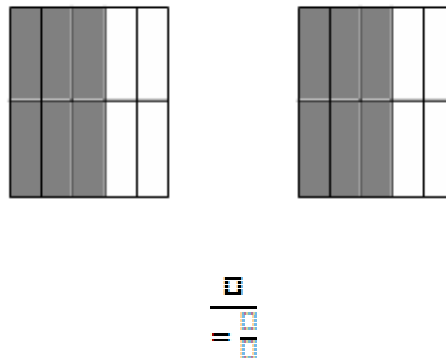
1. Egészítse ki a mondatot:

- a) A számláló a törtnek az a része, amelyet a tört vonal \_\_\_\_\_ írunk.
- b) A törtnek azt a részét, amelyet a tört vonal alá írunk, \_\_\_\_\_ nevezzük.
- c) A tört vonal az \_\_\_\_\_ matematikai műveletet jelöli.
- d) A százalék \_\_\_\_\_ alakjában levő tört.

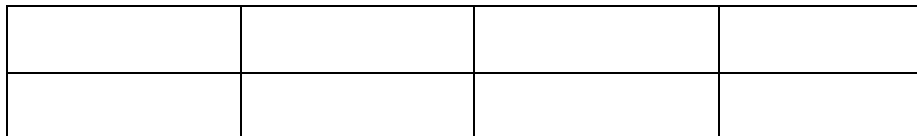
2. Mutassa be grafikusan a következő törtet (színezza ki a megjelölt részt)!



3. A grafikon alapján írja le a törtet!



4. A lerajzolt téglalap alapján hasonlítsa össze a törtet!



$\frac{1}{2} \circ \frac{1}{4},$                    $\frac{3}{4} \circ \frac{6}{8},$                    $\frac{2}{8} \circ \frac{2}{4},$                    $\frac{1}{8} \circ \frac{1}{4},$

5. A munkás 8 órát tölt a munkahelyén. A napjának hányad részét tölti a munkahelyén?

6. Egy átlagos család bevételenek 1/5-ét költi a számlák kifizetésére. Ha a család összbevétele 60 000 dinár, mennyi pénzt kell lekülönítenie a számlákra?

7. Bejelentették az áram 15%-os drágulását. Ha egy átlagos szerbiai család havonta 3600 dinárt fizet az elfogyasztott áramért, mekkora lesz a számlája a drágulás után?

8. Milan takarékoskodott. Új tornacipő vásárlására megtakarított pénzének  $\frac{1}{3}$ -át költötte el. Ha a tornacipő 3850 dinárba került, mennyi megtakarított pénze volt Milannak a vásárlás előtt?

9. Egy autógyár évi termelése 25 000 új gépkocsi volt. Ha a gépkocsigyártás 8%-kal növekedett, évente hány autó kerül ki ebből a gyárból?

10. A turisták három nap alatt 720 kilométert tettek meg. Az első napon az út  $\frac{2}{5}$ -ét, másnap pedig  $\frac{3}{8}$ -át tették meg. Hány kilométert utaztak a harmadik napon?

### MEGOLDÁSOK:

**1.** a) fölé, b) nevezőnek, c) osztás, d)  $n/100$ ; **2.** a) két színezett négyzet, b) két színezett négyzet, c) egy színezett négyzet, d) három színezett négyzet; **3.**  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ; **4.** a)  $>$ , b)  $=$ , c)  $<$ , d)  $<$ ; **5.**  $\frac{1}{3}$  nap; **6.** 12 000 dinár; **7.** 4140 dinár; **8.** 11 550 dinár; **9.** 27 000 autó; **10.** 162 km.

### GYAKORLÓ PÉLDÁK

I T2.3.

1. Rajzoljon egy szakaszt  $AB = 16$  cm. Majd jelölje meg rajta a következő törteknek megfelelő pontokat:

$\frac{3}{16}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{9}{16}$ ,  $\frac{15}{16}$

2. Az adott számsort állítsa nagyságrendbe, a legkisebttől kezdve a legnagyobbig:

$\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{20}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{24}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{6}$

3. Hány részt kell hozzáadni a következő törtekhez, hogy egészet kapjunk (a feladatot grafikusán is ábrázolja):

$$\frac{3}{4} + \square = 1$$

$$\frac{2}{9} + \square = 1$$

$$\frac{5}{7} + \square = 1$$

4. Mennyi:

a)  $280 \frac{3}{4}$ -e \_\_\_\_\_

b)  $534 \frac{5}{6}$ -a \_\_\_\_\_

c)  $240 \frac{7}{8}$ -a \_\_\_\_\_

d)  $120 \frac{2}{3}$ -a \_\_\_\_\_

e)  $749 \frac{2}{7}$ -e \_\_\_\_\_

f)  $260 \frac{4}{5}$ -e \_\_\_\_\_

6. Milicának 960 dinárja volt. Pénze felét a boltban, negyedét pedig a könyvkereskedésben költötte el. Mennyi pénze maradt?

7. Az állatkertet 672-en látogatták meg. Az első napon az összes látogató  $\frac{1}{6}$ -a, a második napon  $\frac{1}{8}$ -a, a harmadikon  $\frac{1}{7}$ -e, a negyedik napon pedig a többi. Mennyi volt a látogatók száma a felsorolt napokon?

8. Amikor a gépkocsivezető megtette az út  $\frac{4}{6}$ -át, még 168 kilométer maradt neki hátra. Mekkora az egész távolság, amelyet meg kellett tennie?

9. Az apa 500 dinárt adott a gyermekeinek. A fia a pénz  $\frac{2}{5}$ -ét költötte el, a lánya pedig a megmaradt rész  $\frac{3}{6}$ -át. Mennyi pénzt kapott a fiú, mennyit a lány, és mennyi pénz maradt?

10. A kerékpáros 25 kilométert tett meg, ami az útvonalának  $\frac{5}{8}$ -a. Számítsa ki, mekkora a kerékpáros egész útja!

11. Milan  $\frac{3}{4}$  kilométert tett meg, Dragan 750 métert, Bojan  $\frac{6}{8}$  kilométert. Melyikük tette meg a legnagyobb utat?

12. Ilonka cukorkái felét nővérének adta. A megmaradt negyed részét anyujának adta. 12 cukorka maradt. Hány cukorkája volt Ilonkának?

13. Amikor a teknős megtette útjának felét és még 3 métert, hátra maradt még útjának negyede és 5 méter. Mekkora utat kell megtennie a teknősnek?

### 3. TÉMA: A SZÁMOK ÉS A SZÁMKIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA VALÓS HELYZETEKBE

I T3.1.

#### PÉLDA FELADATOK

1. Márta az illatszerboltban négy terméket vásárolt, melyeknek az ára, 250, 370, 630 és 440 dinár volt. Mennyi pénzre volt szüksége Mártának ehhez a vásárláshoz?

2. A munkás egy óra alatt 120 dinárt keres meg.

a) Mennyit tud megkeresni, ha napi 8 órát dolgozik?

b) Mennyi pénzt tud megkeresni 5 munkanap alatt?

3. A népszerű énekes koncertjére 850 dinárért árusítják a jegyeket.

a) Mennyi pénzre van szükségünk 3 jegyért? \_\_\_\_\_

b) Ha 3 jegy vásárlása esetén 20%-os kedvezmény jár, mennyibe fog kerülni a három jegy? \_\_\_\_\_

4. Két labdarúgó mérkőzésen összesen 12 000 néző volt. Ha az első mérkőzésre 2000-rel többen jöttek el, mint a másodikra, határozza meg, hány néző nézte végig az első, és hány második mérkőzést?

5. A ruha 2400 dinárba kerül. Ha a vásárlása esetén adott árengedmény  $\frac{1}{8}$ -a az árának, mennyi pénzre van szükség ennek a ruhának a megvásárlásához?



#### 4. TÉMA: ALAKZATOK ÉS TÉR

I T4.1.

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>▪ négyzet</li><li>▪ téglalap</li><li>▪ kerület</li><li>▪ terület</li></ul> |
|--|

##### AMIT A NÉGYZETRŐL ÉS A TÉGLALAPRÓL TUDNI KELL

**A négyzet** olyan négyszög, amelynek minden szöge derékszög és minden oldala egyenlő hosszúságú.

**A téglalap** olyan négyszög, amelynek minden szöge derékszög és szemben levő oldalai egyenlő hosszúságúak.

**A téglalap kerülete:**  $K = 2 \cdot a + 2 \cdot b$  vagy  $K = 2 \cdot (a+b)$

**A négyzet kerülete:**  $K = 4 \cdot a$

**A négyzet területe:**  $T = a \cdot a$  vagy  $T = a^2$

**A téglalap területe:**  $T = a \cdot b$

I T4.2.

Ellenőrizze, mit tud a négyzetről és a téglalapról!

1. Mennyi festékre van szükségünk egy 12 m és 3 m és egy 6 m és 3 m méretű fal meszeléséhez, ha  $6 \text{ m}^2$  falfelület meszeléséhez 1 kg festék fogy el?

2. Mennyi műtrágyára van szükségünk egy téglalap alakú kert trágyázásához, melynek méretei 20 m és 7 m, ha  $2 \text{ m}^2$ -re 1 kg trágyát kell szórni?

3. Számítsa ki a hengerre felgöngyöltett ragszalag hosszát, melynek területe  $6 \text{ m}^2$ , ha a szalag szélessége 2 cm!

4. Hány  $\text{dm}^2$  papír szükséges egy 200 oldalas feladatgyűjteményhez, ha egy lap mérete 21 cm és 30 cm?

5. A 105 m hosszú és 55 m széles focipályát kell fűvesíteni. Mennyi fűmagot kell vásárolni, ha 1 m<sup>2</sup> bevetéséhez 10 g magra van szükség?

6. Mennyi festékre van szükségünk egy 8 m és 15 m méretű helyiség mennyezetének meszeléséhez, ha 10 m<sup>2</sup> felületre ½ kg festék szükséges?

7. Hány 80 cm<sup>2</sup> területű parkettalapra van szükség egy 8 m és 13 m méretű tanterem padlózatának parkettázásához?

8. Hány négyzet alakú 15 cm és 10 cm méretű padlócsempére van szükségünk egy 45 dm x 3 m méretű fürdőszoba padlózatának lapozásához?

9. Egy 15 dm és 6 dm méretű tükröt 5 cm széles keretbe kell helyezni. Mekkora lesz a fakeret felülete?

10. Hány 20 cm oldalú, négyzet alakú padlócsempére van szükségünk egy 55 dm és 44 dm méretű konyha padlózatának kirakásához?

MEGOLDÁS:

1. 9 kg, 2. 70 kg, 3. 300 m, 4. 630 dm<sup>2</sup>, 5. 57 kg 750 g, 6. 69 kg, 7. 12 000, 8. 900, 9. 210 cm, 10. 6050

IT4.3.

GYAKORLÓ FELADATOK

1. Számítsa ki, mennyi kartonra van szüksége egy kartondoboz elkészítéséhez, melynek éle 25 cm?

2. Számítsa ki a háromszög keretét, ha oldalai 36 cm, 40 mm és 2 dm.

3. Két háromszögnek azonos a kerülete. Az egyik háromszög egyenlő oldalú, a másik háromszög oldalai pedig  $a = 34$  mm,  $b = 26$  mm és  $c = 3$  cm. Rajzolja le az egyenlő oldalú háromszöget!

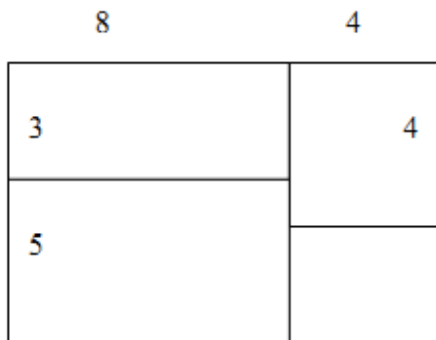
4. Egy 25 m és 12 m méretű udvart dróttal kell körülkeríteni.

a) Hány méter dróra van szükségünk az udvar elkerítéséhez, ha három sor drótot rakunk fel?

b) Ha egy méter drót ára 80 dinár, mennyi pénzt kell a drót vásárlásához elkülöníteni?

5. Az asztalos 5 könyvespolcot készített el. Ha egy polc mérete 40 cm és 120 cm, hány  $m^2$  univerre van szükség 20 ilyen polc kidolgozásához?

6. A rajzon a lakásnak egy része látható, amelyet padlóval kell beborítani. Az adatok alapján határozza meg a területét, azaz számítsa ki, hány  $m^2$  padlószőnyegre van szükség?



7. A téglatest alakú raktár hossza 10 m, szélessége 5 m és magassága 4 m.

a) Mekkora felületet (falak és mennyezet) kell befesteni, ha az egyik falon egy 2 m 5 dm széles és 3 m magas ajtó, a másikon pedig három 1 m X 1 m méretű ablak van?

b) A szobafestő a raktár  $1 m^2$ -jének festéséért 80 dinárt kért. Mennyi pénzt kapott munkájáért?

## 5. TÉMA: MÉRÉS ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

I T5.1.

- mérés
- mértékegység
- hosszúság
- tömeg
- térfogat
- terület
- idő
- pénz

### AMIT A MÉRÉSRŐL ÉS A MÉRTÉKEGYSÉGEKRŐL TUDNI KELL

Meghatározott méretek vagy mennyiségek pontos mérésére szabványosított mértékegységeket vezettek be:

**a** **hosszmértékegysége:** km, **m**, dm, cm, mm;

**a** **tömeg** mértékegysége: t, **kg**, g;

**a** folyadék **térfogat**ának mértékegysége: hl, **l**, dl, cl, ml;

**a** **terület** mértékegysége: km<sup>2</sup>, **m<sup>2</sup>**, dm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup>;

**az** **idő** mértékegysége: másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év, évszázad.

Az alapmértékegységek mellett gyakorlati okokból az adottnál kisebb vagy nagyobb mértékegységeket is bevezettek.

Valamely áru értékének kifejezésére pénzt használunk. (Hazánk pénzegysége a dinár)

I T5.2.

Ellenőrizze, mit tud a mértékegységekről!

1. A táblázat üres mezőibe írja be a megfelelő mértékegységet!

	Mérőszám	Mértékegység
Egy szőnyeg területe	12	
A lađevci repülőtér távolsága Čačaktól	35	
Egy narancs tömege	130	
Az utazás időtartama Vidikovactól Karaburmáig	55	
A benzin mennyisége az gépkocsi tartályában	50	

2. Egy üveg szirup 10 cl térfogatú. A beteg 5 ml vett be, mekkora a térfogata az üvegben maradt szirupnak?

3. Képzeld el, hogy  $\frac{1}{2}$  kg, 100 g, 50 g, 10 g, 10 g, 10 g és 5 g súlyaink vannak.



Hogyan mérhet ki a felsorolt súlyokkal:

- a) 650 g kekszet
- b) 125 g kávé
- c) 15 g borsot?

4. A sütemény elkészítéséhez 750 g keksz szükséges. Anna vett egy 500 g-os és két egyenként 150 g-os csomag kekszet. Elegendő kekszet vett-e Anna a sütemény elkészítéséhez?

5. Az utas 8 óra 20 perckor indult el Belgrádból. Čačakig 2 óra 35 percet kell utaznia. Hány órakor ér Čačakra?

6. Melyik a leghosszabb időtartam?

Karikázza be a helyes válasz előtti betűt!

- a) két hónap
- b) 70 nap
- c) 7 hét
- d) az év hetede

7. A vevő a boltba egy 1000 dináros bankjegyet vitt magával, és vett egy 400 dináros terméket. Az eladó a visszajáró pénzt a legkisebb számú bankjeggyel adta vissza. Hány bankjegyet kapott a vevő?

Karikázza be a pontos válasz előtti betűt!

- a) 1 bankjegyet
- b) 2 bankjegyet
- c) 3 bankjegyet
- d) 4 bankjegyet

8. A turista az újrvi unnepeket Firenzében szeretné tölteni. Az út és az ott tartózkodás 350 euróba kerülnek és hét egyenlő részletben kell törleszteni. Mekkora összeget kell a turistának fizetnie az első részlet címén, ha 1 euró 102 dinárt ér?

A turistának az első részletért \_\_\_\_\_ dinárt kell befizetnie.

MEGOLDÁS:

1. m<sup>2</sup>, km, g, perc, l; 2. 95 ml; 3. a) ½ kg + 100 g +50 g, b) 100 g + 10 g + 10 g + 5 g, c) 10 g + 5 g; 4. igen; 5. 10 óra 55 perckor; 6. 70 nap; 7. 2 bankjegyet (500 dinárost és 100 dinárost); 8. 5100 dinárt.

I T5.3.

GYAKORLÓ FELADATOK

1. Írja be a négyzetbe a megfelelő jelet: <, >, = !

$$5 \text{ cm} \square 45 \text{ mm}$$

$$444 \text{ mm} \square 5 \text{ dm}$$

$$15 \text{ dm} \square 150 \text{ mm}$$

$$600 \text{ mm} \square 6 \text{ dm}$$

$$1 \text{ m} \square 1000 \text{ mm}$$

$$160 \text{ cm} \square 160 \text{ dm}$$

2. Egészítse ki!

$$4 \text{ m}^2 = \_\_\_ \text{ dm}^2, \quad 15 \text{ m}^2 = \_\_\_ \text{ cm}^2, \quad 300 \text{ cm}^2 = \_\_\_ \text{ dm}^2, \quad 600 \text{ a} = \_\_\_\_\_ \text{ m}^2$$

3. 8 liter tejből 1 kg kajmakot kapunk. Hány liter tejure van szükségünk 8 kg kajmakhoz?

4. 3 m vászonból 6 rövid gyermeknadrágot lehet varrni. Hány méter vászon szükséges 90 gyermeknadrághoz?

5. A hűtőházban 10 t földiepret tároltak. Az első váltásban 9328 kg-ot adtak el, a másodikban 5948 kilogrammal kevesebbet. Hány kilogramm eper maradt a hűtőházban?

6. A raktárban 3000 doboz élelmiszert helyeztek el. Minden egyes doboz tömege 45 kg. Az árut 60 kereskedés között osztották szét. Hány kilogramm áru érkezett minden egyes kereskedésbe?

7. A bányából teherautókon 468 t szenet 26 fordulóban szállítottak el. A gyárba 17 fordulót tettek, a többit az iskolákba szállították. Hány tonna szenet kapott a gyár és hányat az iskolák?

8. A raktárból, amelyben 1400 kg almát raktároztak el, 15 egyenként 25 kg-os láda almát vittek el, délután pedig 35 egyenként 15 kg-os ládát. Hány kilogramm alma maradt a raktárban?

9. A villamosvezető a váltását 22 óra 15 perckor kezdte. Ha 8 órát vezette a villamost, hány óraker fejezte be a váltását?

10. A raktárban 4000 kg cukor volt. A nap folyamán 17 egyenként 25 kg-os zsákba csomagolták. Hány ilyen zsákra lesz szükség, hogy a megmaradt cukrot is becsomagolják?

11. A 360 eurós matracot a vevő hat egyenlő részletre veheti meg. Ha a részletfizetés napján az euró értéke 107 dinár, mennyi pénzre van szüksége a vevőnek, hogy kifizesse ezt a részletet?

## 6. TÉMA: A MÉRTÉKEGYSÉGEK ALKALMAZÁSA EGYSZERŰ HELYZETEKBEN

1T6.1.

### PÉLDAFELADATOK

1. Kösse össze a megfelelőket:

méter	térfogat
liter	tömeg
tonna	idő
négyzetméter	hosszúság
perc	pénz
	terület

2. Melyik mértékegységet fogja használni, hogy kimérje a szénmennyiséget, amennyire egy családnak egy fűtési idényben szüksége van?

3. Karikázza be a helyes válasz előtti betűt!

A tömeg alapegysége:

- a) perc
- b) gramm
- c) liter
- d) méter

4. Péter edzése 75 percig tart. Mennyi ideig tart három ilyen edzés?

Karikázza be a helyes válasz előtti betűt!

- a) 3 óra és 20 percig
- b) 3 óra és 15 percig
- c) 3 óra és 30 percig
- d) 3 óra és 45 percig

5. Az utas 8 óra 20 perckor indult el Belgrádból. Mennyi időt töltött az úton, ha 11 óra 35 perckor ért Čačakra?

6. 1 m<sup>2</sup> laminált padló ára 890 dinár. Mennyi pénzre van szükség a padló vásárlásához, amellyel befednek egy 12 m hosszú és 7 m széles helyiséget?

## 7. TÉMA: ADATFELDOLGOZÁS

I T7.1.

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>▪ adat</li><li>▪ grafikon</li><li>▪ táblázat</li><li>▪ adatfeldolgozás</li></ul> |
|--|

### AMIT AZ ADATFELDOLGOZÁSRÓL TUDNI KELL

Az informatika korszakában élünk, melyben a statisztikai adatokat széles körben mint a fogyasztás, munkanélküliség, infláció, évi vetéshozam, időjárás előrejelzés gyakran ábrázolják grafikonok alakjában.

A grafikus ábrázolás, a **grafikon** egyszerű módon hangsúlyozza az adatokat és szerkezetüket, a fejlődést és a viszonyokat, azaz lehetővé teszi az egyszerűbb és szemmel láthatóbb összehasonlítást, hangsúlyozza a trendeket és egyéb fontos jellemzőket.

Az ábrázolásnak több különféle módja van, de leggyakrabban a következőket alkalmazzák:

- **pontos** – alapábrázolás pontok segítségével
- **vonalas** – a vonal fejezi ki az ábrázolt nagyságokat
- **felszíni** – az adatokat geometriai alakzatokkal (négyzet, kör... ) ábrázolják és
- **térbeli** – az adatok nagyságát térben fejezik ki

I T7.2.

Önértékelési feladatok a hallgatók számára

1. Egy vekni 55 dinárba kerül. A kenyér ára a következőképpen alakul:

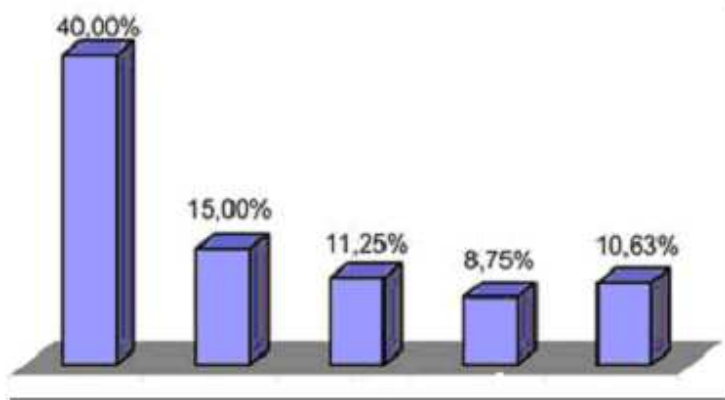
Földműves	12 dinár
Molnár	6 dinár
Szállítás	2 dinár
Pék	18 dinár
Kereskedő	17 dinár

Ábrázolja a megadott adatokat grafikusán, olyan grafikont válasszon, amely a legáttekinthetőbben mutatja be az adatokat.



3. A grafikon azt ábrázolja, hogy a megkérdezettek mire használják leggyakrabban a világhálót.

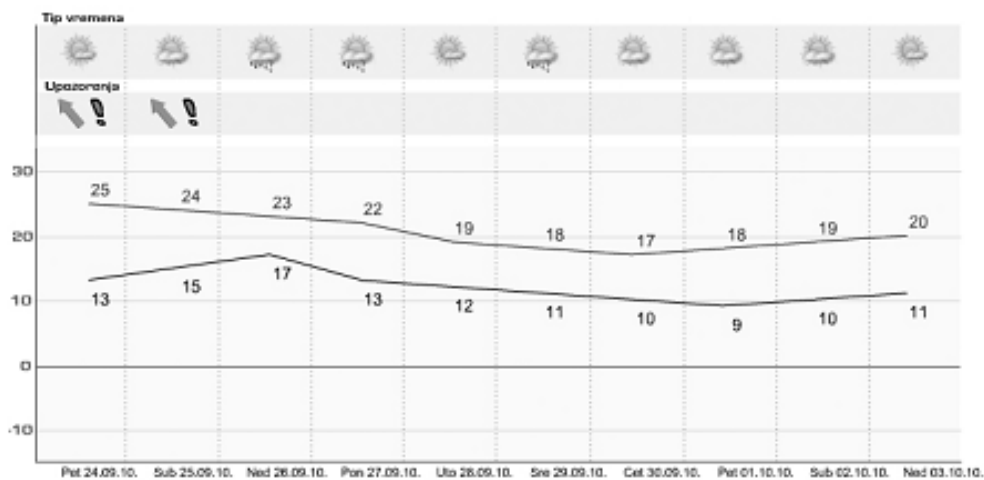
(grafikon)



szórakozásra	tanulásra	levelezésre	tájékozódásra	egyébre
--------------	-----------	-------------	---------------	---------

a) A grafikon alapján megállapíthatjuk, hogy az internetet legnagyobb mértékben \_\_\_\_\_ és legkisebb mértékben pedig \_\_\_\_\_ használják.

4. Nézze meg az időjárás előrejelzés grafikus ábrázolásának példáját!



5. a) Melyik napra jelezik a legmagasabb hőmérsékletet? \_\_\_\_\_  
b) Melyik nap lesz a leghűvösebb? \_\_\_\_\_  
c) Melyik napokra jeleznek túlnyomóan napos időt? \_\_\_\_\_  
d) Tegyen fel kérdést az ábrázolt adatokkal kapcsolatban és válaszoljon rájuk!

---

---

I T7.3.

## GYAKORLÓ FELADAT

1. A következő képen az repülőgép járatok tervezett Belgrádba érkezését ábrázolja. Nézze meg figyelmesen az ismertetett adatokat és jegyezze fel, milyen információkat kaphat fővárosunkról!



### ÉRKEZÉSEK

#### A repülőtér időjárása

Hőmérséklet Légnymomás Szél



**18°C 1020 mB 5.14 m/sec.**

#### Időjárás előrejelzés

#### Árfolyam

6. 25.

6. 26.

6. 27.



15°C/23°C

15°C/25°C

16°C/25°

Devizanem

Középfárfolyam

Változás



CHF

84.2203

+0.99%



USD

70.5888

+0.53%



EUR

100.7443

+0.26%

Járat	Indulási repülőtér	Tervezett érkezési idő	Kijárat	Repülőgép típus	Megjegyzés
JU 115	SZKOPJE	06.50	A3	Boeing 737-300	Érkezett 06.30
JA 1376	SZARAJEVÓ	07.15	C3	ATR 72	Érkezett 07.10
JU 661	PODGORICA	07.20	C4	ATR 72	Érkezett 07.08
YM 200	TIVAT	09.10	C2	Fokker 100	Érkezett 09.42
WZZ 4092	DORTMUND	10.30	A5	Airbus Industrie A320	Érkezett 10.12
JU 4109	ANTALYA	10.55	A4	Boeing 737-300	Érkezett 11.07
OS 7131	BÉCS	12.05	C1	ATR 72	Érkezett 12.04

- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_
- 3) \_\_\_\_\_
- 4) \_\_\_\_\_
- 5) \_\_\_\_\_
- 6) \_\_\_\_\_
- 7) \_\_\_\_\_